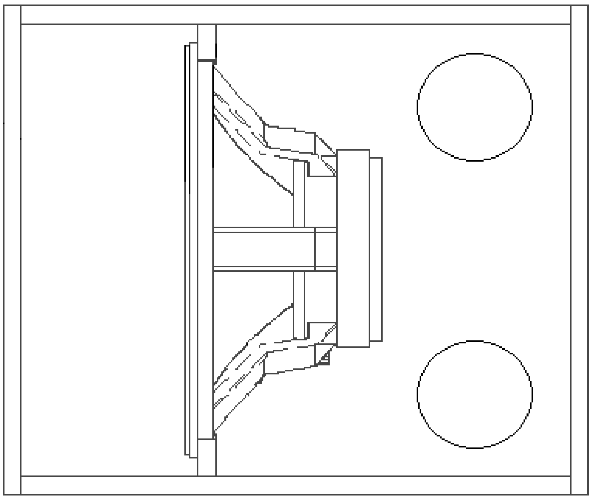
Caixas Band Pass

Simétricas,

de 4^a Ordem



Homero Sette Silva

Ano Novo de 2004

Caixas Band Pass

Simétricas, de 4ª Ordem

01 – 01 - 04 BP4SIM

Homero Sette Silva
homero@selenium.com.br

Este trabalho é uma releitura do Capítulo 11, do livro Alto-Falantes & Caixas Acústicas, de minha autoria, escrito há quase dez anos, e serve às seguintes finalidades:
a) como errata aos erros tipográficos existentes no texto original;
b) apresentar, em detalhe, o desenvolvimento matemático por trás das equações do livro, o que ali seria inviável;
c) fazer uso dos novos recursos atualmente disponíveis, como o MatLab, no sentido de tornar mais fácil a análise do conteúdo.

Introdução

Uma caixa band pass, de quarta ordem, pode ser entendida como uma caixa selada, colocada dentro de uma caixa refletora de graves, estando esta sem o falante (que vai montado na caixa fechada), sendo o duto a fonte sonora para o meio exterior, conforme a Fig. 1.

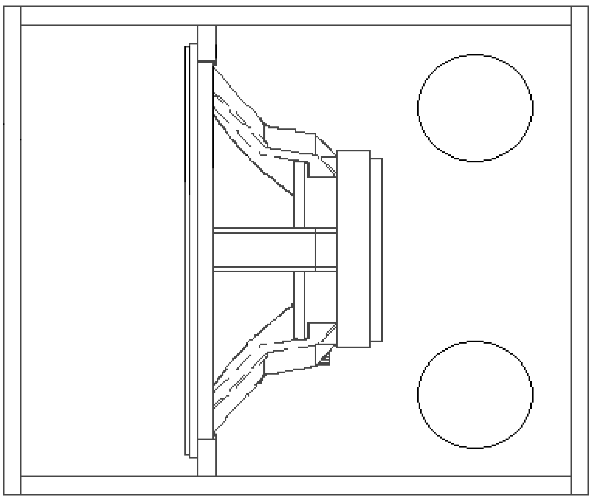


Fig. 1 – Caixa BP de 4ª ordem, vista em corte.

Aliás, esta foi a estratégia usada pelo Autor, quando fez as pesquisas iniciais que levaram ao desenvolvimento de um software para projeto de caixas BP de quarta e sexta ordens: uma caixa de 240 litros, com tampa removível, permitia que caixas menores fossem colocadas em seu interior.

Os termos quarta e sexta ordem referem-se ao grau do polinômio que caracteriza a resposta das caixas band pass, com duto em apenas uma das câmaras, ou em ambas, respectivamente.

Neste trabalho, consideraremos a câmara 1 como sendo a selada, cabendo à câmara 2 conter o duto e o conjunto magnético do falante, pois a prática recomenda isso em virtude da melhor refrigeração proporcionada pelo duto (ver a referência bibliográfica 5), o que irá contribuir significativamente para reduzir a temperatura da bobina, o que é vital para a sobrevivência do falante ao trabalhar com potências elevadas, como geralmente acontece com os sub woofers.

Outro aspecto básico a ser ressaltado, é a característica de resposta tipo banda passante (Fig. 2) da componente acústica no duto, em uma caixa refletora de graves. Isto se deve ao ressonador de Helmholtz, que caracteriza a combinação do volume de ar da caixa (comportamento capacitivo), com o ar no duto (comportamento indutivo), o que resulta na sintonia da caixa, que entra em ressonância em uma freqüência denominada Fb. Algo semelhante ocorre em uma caixa band pass de quarta ordem, quando o sinal acústico produzido pela caixa selada tem que atravessar um ressonador de Helmholtz, antes de se propagar pelo meio ambiente. Quando a freqüência Fb do ressonador é igual à freqüência Fc, de ressonância do sistema caixa fechada, temos uma resposta simétrica, com uma atenuação de 12 dB/oitava, de ambos os lados da curva de resposta, o que ficará evidenciado nas figuras a serem apresentadas, adiante.
As equações numeradas, são aquelas apresentadas no livro.

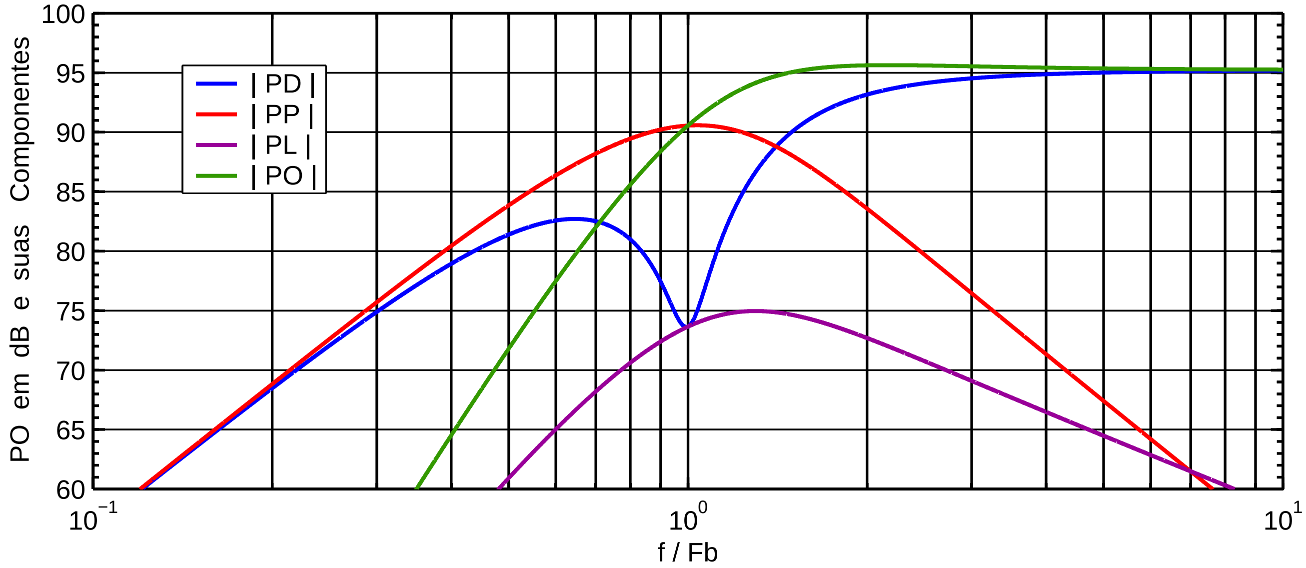


Fig. 2 – Componentes acústicas do refletor de graves. A contribuição do duto (em vermelho) é uma resposta band pass.

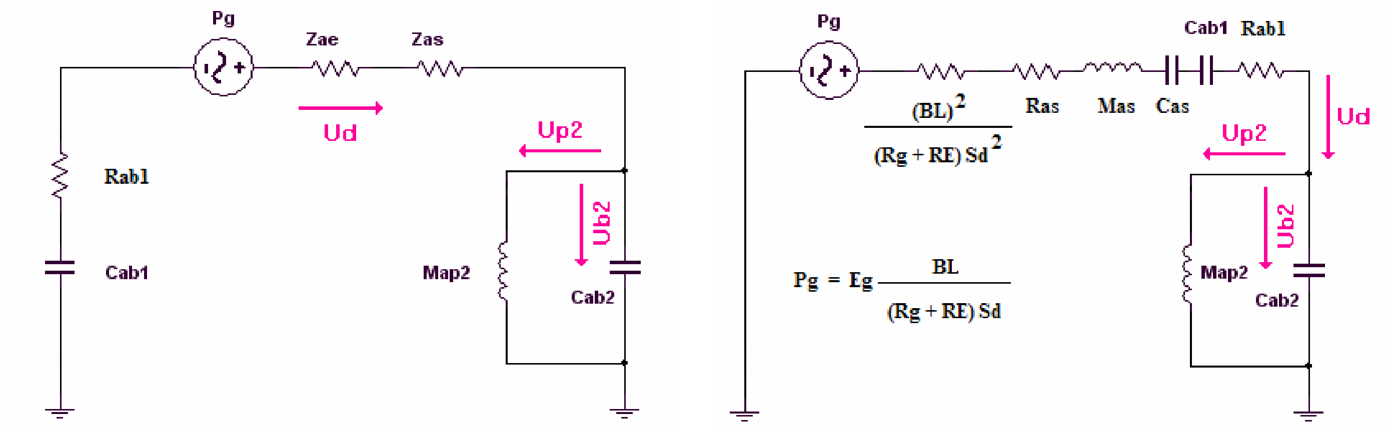


Fig. 3a – Circuito equivalente de uma caixa band pass de 4ª ordem.

$$Pg = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd} \quad ; \quad Zae = \frac{(\beta L)^2}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd^2} = Rae$$

$$Zas = Ras + s \cdot Mas + \frac{1}{s \cdot Cas}$$

$$Rat = Rae + Ras + Rab_1 \quad ; \quad Cat = \frac{Cas \cdot Cab1}{Cas + Cab1} = \frac{Cas}{\alpha + 1} \quad ; \quad \alpha = \frac{Cas}{Cab1} = \frac{Vas}{Vb_1} \qquad (8)$$

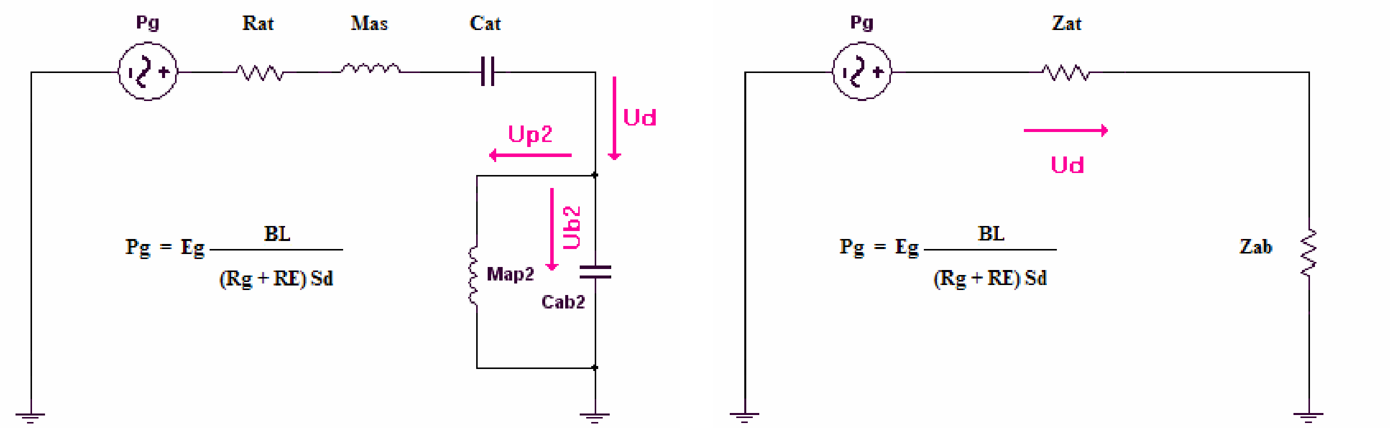


Fig. 3b – Circuito equivalente com os componentes semelhantes associados.

$$Zat = Rat + s \cdot Mas + \frac{1}{s \cdot Cat} = \frac{s \cdot Rat \cdot Cat + s^2 \cdot Mas \cdot Cat + 1}{s \cdot Cat}$$

$$Mas \cdot Cas = \frac{1}{\omega_S^2} \quad ; \quad Mas \cdot Cat = \frac{1}{\omega_C^2} \quad ; \quad \frac{Cas}{Cat} = \frac{\omega_C^2}{\omega_S^2} = \alpha + 1$$

$$Zat = \frac{s^2 \cdot Mas \cdot Cat + s \cdot Rat \cdot Cat + 1}{s \cdot Cat} = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \omega_C \cdot Rat \cdot Cat + 1}{s \cdot Cat}$$

$$\omega_C \cdot Rat \cdot Cat = \frac{1}{Qtc}$$

Para Rab_1 desprezível:

$$\omega_S \cdot Rat \cdot Cas = \frac{1}{Qts}$$

$$\frac{\omega_C}{\omega_S} = \frac{Qtc}{Qts} = \sqrt{\frac{Cas}{Cat}} = \sqrt{1 + \alpha}$$

$$Qtc = Qts \cdot \sqrt{1 + \alpha} \quad ; \quad \omega_C = \omega_S \cdot \sqrt{1 + \alpha} \quad \therefore \quad 1 + \alpha = \frac{F_C^2}{F_S^2} \qquad (9)$$

$$Zat = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}{s \cdot Cat}$$

A Câmara Vb2

$$Zab = \frac{1}{\frac{1}{s \cdot Map} + s \cdot Cab_2} = \frac{s \cdot Map}{s^2 \cdot Map \cdot Cab_2 + 1}$$

$$Map \cdot Cab_2 = \frac{1}{\omega_b^2} \quad \therefore \quad Map = \frac{1}{\omega_b^2 \cdot Cab_2} = \frac{\alpha_2}{\omega_b^2 \cdot Cas} \quad \text{onde} \quad \alpha_2 = \frac{Vas}{Vb_2}$$

$$Zab = \frac{s \cdot Map}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}$$

$$Zab = \frac{\alpha_2}{\omega_b^2 \cdot Cas} \cdot \frac{s}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1} = \frac{\alpha_2}{\omega_b \cdot Cas} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_b}}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}$$

Velocidades Volumétricas

$$\mathrm{Ud} = \frac{\mathrm{Pg}}{\mathrm{Zat} + \mathrm{Zab}}$$

$$\mathrm{Ud} = \mathrm{Pg} \cdot \frac{1}{\dfrac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2} + \dfrac{s}{\omega_C} \cdot \dfrac{1}{\mathrm{Qtc}} + 1}{s \cdot \mathrm{Cat}} + \dfrac{\alpha_2}{\omega_b \cdot \mathrm{Cas}} \cdot \dfrac{\dfrac{s}{\omega_b}}{\dfrac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$\mathrm{Ud} = \mathrm{Pg} \cdot \frac{s \cdot \mathrm{Cat}}{\dfrac{s^2}{\omega_C^2} + \dfrac{s}{\omega_C} \cdot \dfrac{1}{\mathrm{Qtc}} + 1 + \dfrac{\alpha_2 \cdot \mathrm{Cat}}{\mathrm{Cas}} \cdot \dfrac{\dfrac{s^2}{\omega_b^2}}{\dfrac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$\mathrm{Cat} = \frac{1}{\omega_C^2 \cdot \mathrm{Mas}} = \frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C^2 \cdot \mathrm{Mms}} \qquad ; \qquad \frac{\mathrm{Cat}}{\mathrm{Cas}} = \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$\mathrm{Ud} = \mathrm{Pg} \cdot \frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C \cdot \mathrm{Mms}} \cdot \frac{\dfrac{s}{\omega_C}}{\dfrac{s^2}{\omega_C^2} + \dfrac{s^2}{\omega_b^2} \cdot \dfrac{\alpha_2}{1 + \alpha} \cdot \dfrac{1}{\dfrac{s^2}{\omega_b^2} + 1} + \dfrac{s}{\omega_C} \cdot \dfrac{1}{\mathrm{Qtc}} + 1}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Qtc}} = 2 \cdot d \cdot B \qquad ; \qquad B^2 = \frac{\alpha_2}{1 + \alpha} = \frac{\mathrm{Vas}}{V_{b2} \cdot \left(1 + \alpha\right)} = \alpha_T$$

$$\frac{1}{\mathrm{Qtc}^2} = (2 \cdot d \cdot B)^2 \qquad \therefore \qquad \frac{1}{\mathrm{Qtc}^2} = (2 \cdot d)^2 \cdot \frac{\alpha_2}{1 + \alpha} = \frac{1}{\mathrm{Qts}^2 \cdot \left(1 + \alpha\right)}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot \mathrm{Qts})^2} = \frac{\mathrm{Vas}}{V_{b2}} \qquad \therefore \qquad V_{B2} = (2 \cdot d \cdot \mathrm{Qts})^2 \cdot \mathrm{Vas} \qquad (11)$$

$$B^2 = \frac{(\mathrm{Fc}/\mathrm{Qtc})^2}{4 \cdot d^2 \cdot F_L \cdot F_H} = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot \mathrm{Qtc})^2} = \frac{\mathrm{Vas}}{V_{B2} \cdot \left(1 + \alpha\right)} \qquad (10)$$

$$\mathrm{Ud} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot\frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}+\frac{s}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B+1}$$

$$\mathrm{Up} = -\frac{\mathrm{Zab}}{s\cdot\mathrm{Map}}\cdot\mathrm{Ud} = -\frac{1}{s\cdot\mathrm{Map}}\cdot\frac{s\cdot\mathrm{Map}}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}\cdot\mathrm{Ud} = -\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}\cdot\mathrm{Ud}$$

$$\mathrm{Up} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot\frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}+\frac{s}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B+1}$$

$$\mathrm{Up} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B+1\right)+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot B^2}$$

$$\mathrm{Up} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_b^2\cdot\omega_C}+s^2\cdot\left(\frac{1}{\omega_b^2}+\frac{1}{\omega_C^2}\right)+\frac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C}+1+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot B^2}$$

$$\mathrm{Up} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_b^2\cdot\omega_C}+s^2\cdot\left(\frac{1}{\omega_b^2}+\frac{B^2}{\omega_b^2}+\frac{1}{\omega_C^2}\right)+\frac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C}+1}$$

$$\mathrm{Up} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\omega_C\cdot\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_b^2\cdot\omega_C}+s^2\cdot\left[\frac{1}{\omega_b^2}\cdot\left(1+B^2\right)+\frac{1}{\omega_C^2}\right]+\frac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C}+1}$$

$$\mathrm{Pa} = \frac{\rho}{2\pi r}\cdot s\cdot\mathrm{Up}$$

$$\mathrm{Pa} = \mathrm{Pg}\cdot\frac{\rho}{2\pi r}\cdot\frac{\mathrm{Sd}^2}{\mathrm{Mms}}\cdot\frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_b^2\cdot\omega_C}+s^2\cdot\left[\frac{1}{\omega_b^2}\cdot\left(1+B^2\right)+\frac{1}{\omega_C^2}\right]+\frac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C}+1}$$

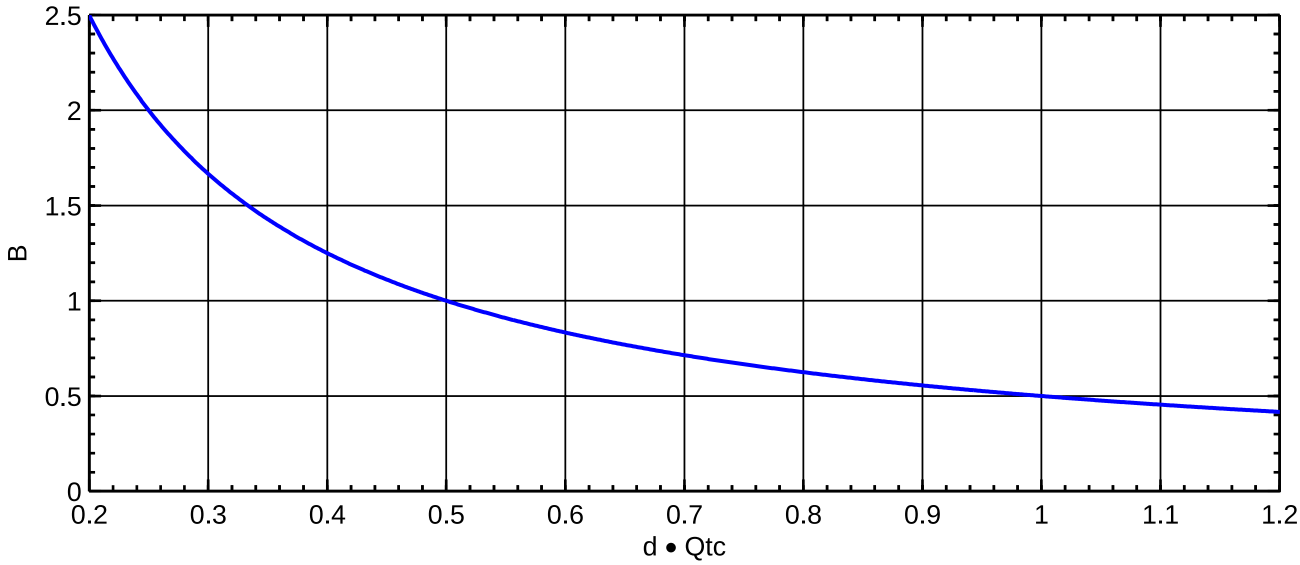


Fig. 4 - B em função de d•Qtc .

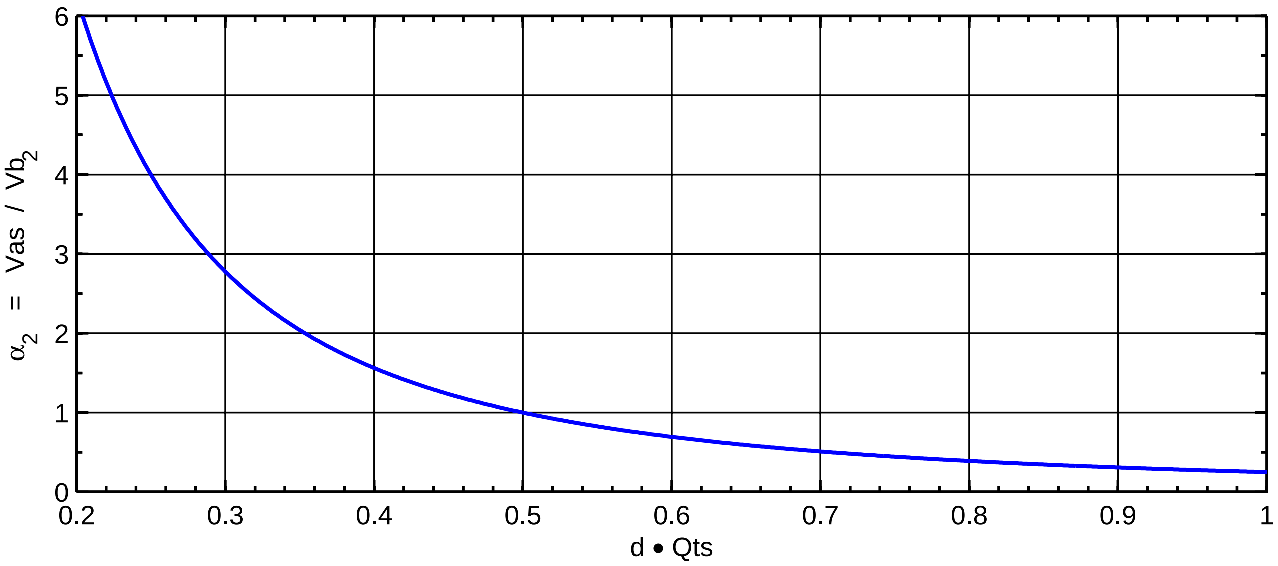


Fig. 5 - α_2 em função de d•Qts .

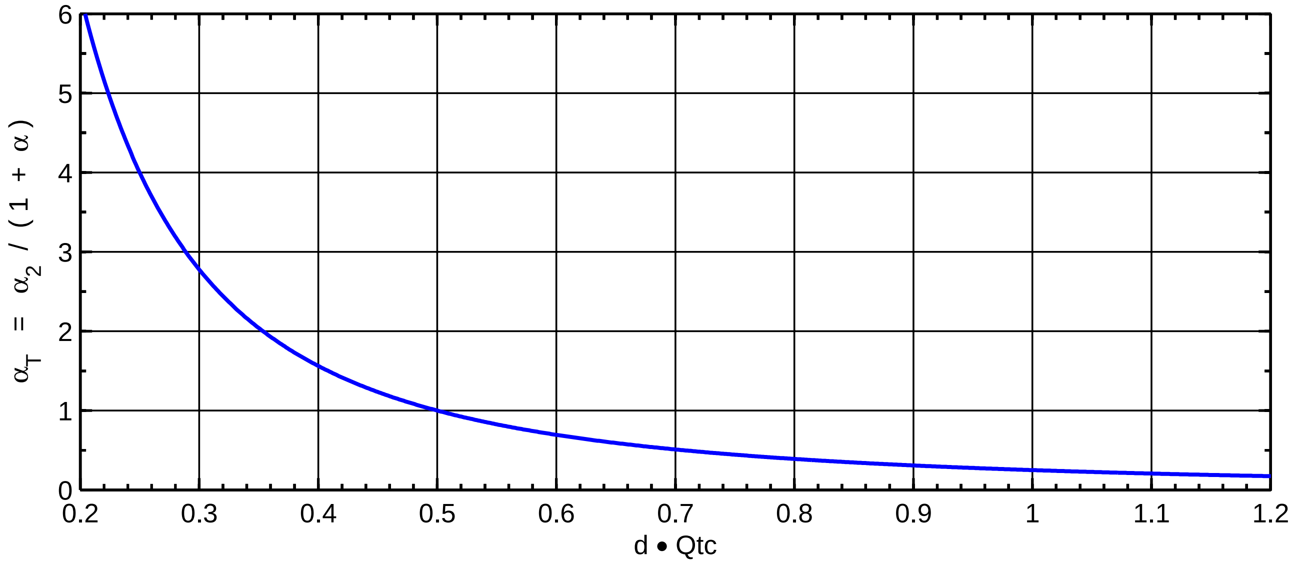


Fig. 6 - α_T em função de d•Qtc .

Resposta Simétrica $(\omega_b = \omega_C)$

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C^3} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C} + 1}$$

$$Pa = Pg \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd^2}{Mms} \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$\omega_N = \frac{\omega}{\omega_C} = \frac{f}{F_C} \quad (1) \qquad F_C^2 = F_1 \cdot F_2 = F_L \cdot F_H \quad (2) \qquad s_N = \frac{s}{\omega_N} \quad (3)$$

$$Pa = Pg \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd^2}{Mms} \cdot \frac{s_N^2}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$Pg \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd^2}{Mms} = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd^2}{Mms} = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd}{Mms} = Eg \cdot KPa$$

$$Pa = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd}{Mms} \cdot \frac{s_N^2}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$Pa = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd}{Mms} \cdot G_{(s_N)} = Eg \cdot KPa \cdot G_{(s_N)}$$

$$KPa = \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}$$

$$G_{(s_N)} = \frac{s_N^2}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$G_{(s_N)} = \frac{s_N^2}{D_{(s_N)}} \qquad (4)$$

$$D_{(s_N)} = s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + (B^2 + 2) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1 \qquad (5)$$

$$D_{(j\omega_N)} = \omega_N^4 - j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \omega_N^3 - (B^2 + 2) \cdot \omega_N^2 + j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \omega_N + 1$$

$$D_{(j\omega_N)} = \omega_N^4 - (B^2 + 2)\cdot\omega_N^2 + 1 - j\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\omega_N^3 + j\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\omega_N$$

$$D_{(j\omega_N)} = \omega_N^4 - (B^2 + 2)\cdot\omega_N^2 + 1 - j\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\left(\omega_N^3 - \omega_N\right)$$

$$D_{(j\omega_N)} = \omega_N^4 - (B^2 + 2)\cdot\omega_N^2 + 1 - j\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\omega_N\cdot\left(\omega_N^2 - 1\right)$$

$$\left|D_{(j\omega_N)}\right|^2 = \left[\omega_N^4 - (B^2 + 2)\cdot\omega_N^2 + 1\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^2\cdot\omega_N^2\cdot\left(\omega_N^2 - 1\right)^2$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{\omega_N^4}{\left[\omega_N^4 - (B^2 + 2)\cdot\omega_N^2 + 1\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^2\cdot\omega_N^2\cdot\left(\omega_N^2 - 1\right)^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1}{\left[\omega_N^2 - (B^2 + 2) + \dfrac{1}{\omega_N^2}\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^2\cdot\left(\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}\right)^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1}{\left[\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - B^2 - 2\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^2\cdot\left(\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}\right)^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1}{\left[\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - B^2 - 2\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^4\cdot\dfrac{\left(\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}\right)^2}{B^2}}$$

$$\gamma = \frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{B} = \frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{\sqrt{\alpha_T}} \qquad (7)$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1}{\left[\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - B^2 - 2\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot B^4\cdot\gamma^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1/B^4}{\left[\dfrac{\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - B^2 - 2}{B^2}\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot\gamma^2}$$

$$\frac{\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - 2 - B^2}{B^2} = \frac{\omega_N^2 - 2 + \dfrac{1}{\omega_N^2}}{B^2} - 1 = \left(\frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{B}\right)^2 - 1 = \gamma^2 - 1$$

$$\gamma^2 - 1 = \frac{\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - \left(2 + B^2\right)}{B^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1/B^4}{\left[\dfrac{\omega_N^2 + \dfrac{1}{\omega_N^2} - (B^2 + 2)}{B^2}\right]^2 + 4\cdot d^2\cdot\gamma^2} = \frac{1/B^4}{\left(\gamma^2 - 1\right)^2 + 4\cdot d^2\cdot\gamma^2}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1/B^4}{\left(2\cdot d\cdot\gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2} \qquad (6)$$

$$\text{Em } f = F_C \quad\Rightarrow\quad \gamma = 0 \quad\Rightarrow\quad \left|G_{(j\omega_N)}\right| = \left|G_{(j\omega_N = j)}\right| = \frac{1}{B^2}$$

$$PA = \left|G_{(j\omega_N = j)}\right|_{dB} = -40\cdot \mathrm{Log}\left(B\right) \qquad (12)$$

$$\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right| = \frac{\left|G_{(j\omega_N)}\right|}{\left|G_{(j\omega_N = j)}\right|} = \frac{1}{\sqrt{\left(2\cdot d\cdot\gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}}$$

$$\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|_{dB} = -10\cdot \mathrm{Log}\left[\left(2\cdot d\cdot\gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2\right]$$

$$f = F_1 \text{ e } f = F_2 \quad\Rightarrow\quad \gamma^2 = 1 \quad\Rightarrow\quad \left|G_{(j\omega_N)}\right| = \frac{1}{2\cdot d\cdot B^2} \quad\Rightarrow\quad \left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|_{dB} = -20\cdot \mathrm{Log}\left(2\cdot d\right)$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right|_{dB} = PA + \left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|_{dB}$$

Os valores de **d** e **B** determinam completamente a resposta normalizada em freqüência, bem como o Qtc. Nas figuras que se seguem, podemos ver que quanto menores forem **d** e **Qtc**, maior será a banda passante e menor a amplitude da resposta.

Respostas normalizadas, em função do fator de amortecimento d, para diversos valores de Qtc.

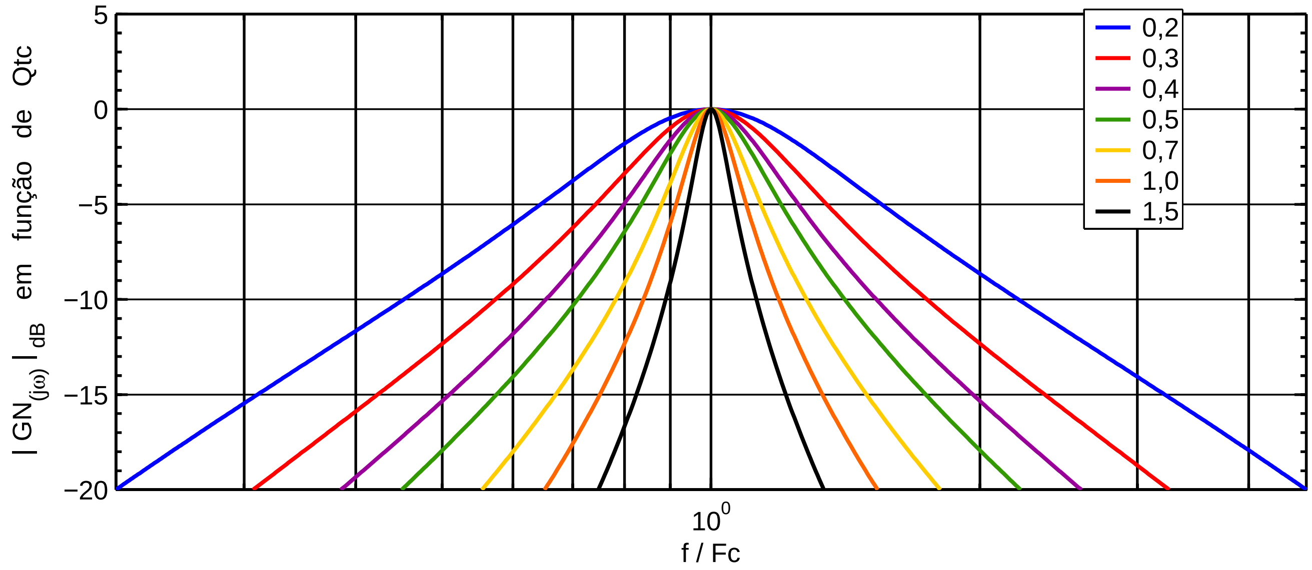


Fig. 7 - Comportamento da resposta normalizada para d = 1,5 e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

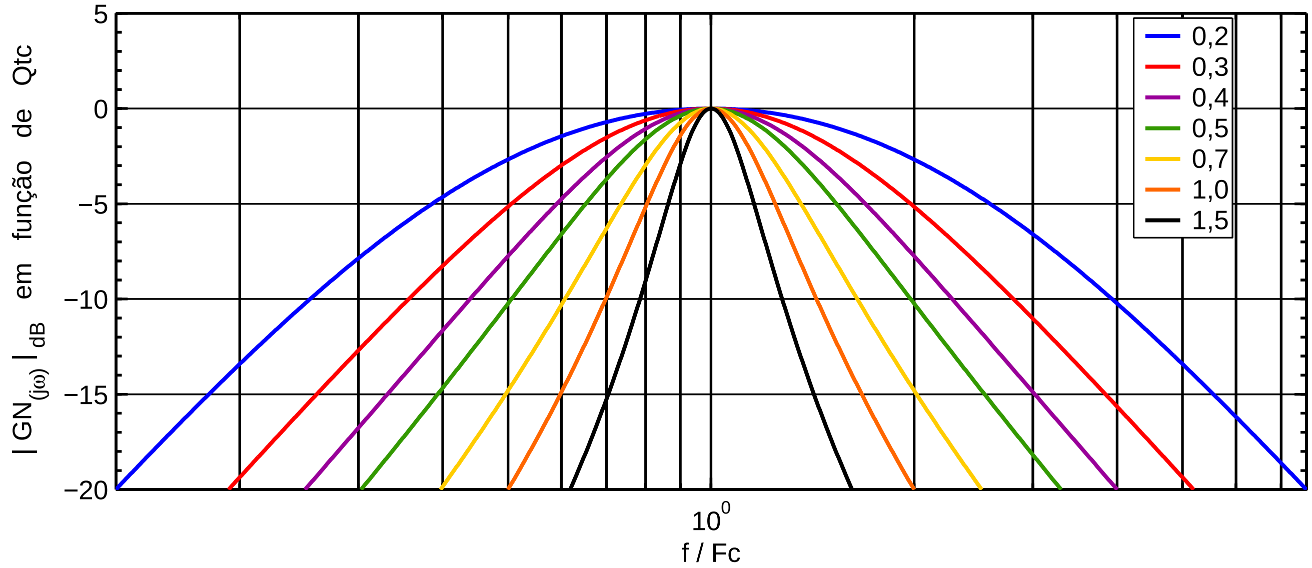


Fig. 8 - Comportamento da resposta normalizada para d = 1,0 e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

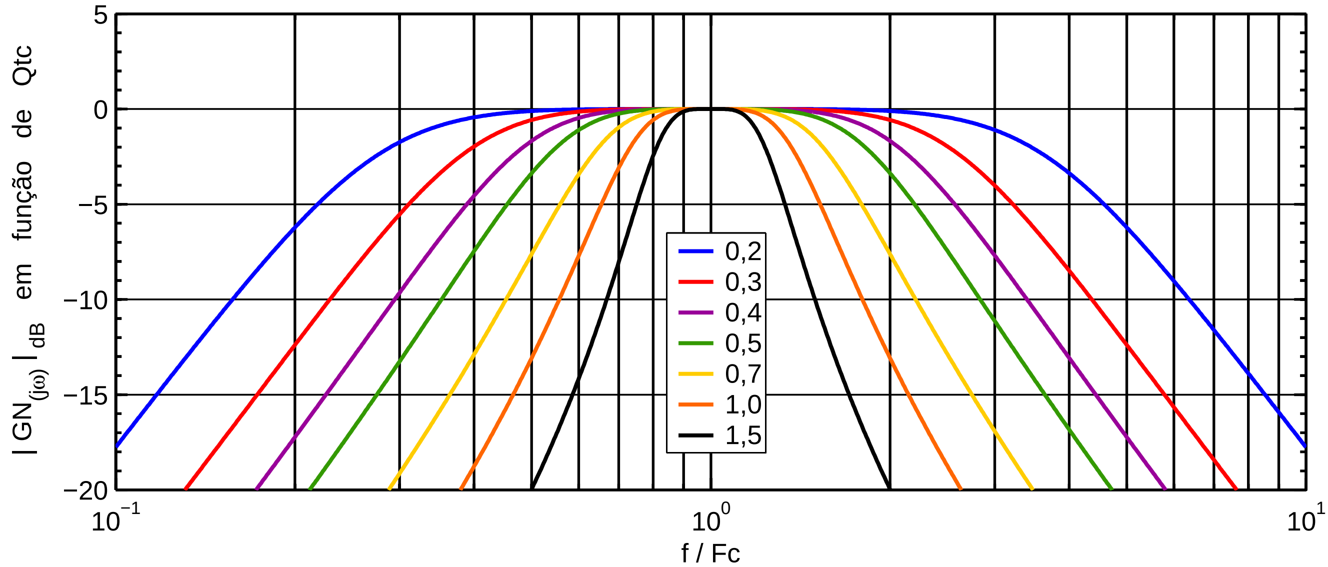


Fig. 9 - Comportamento da resposta normalizada para d = 0,707 (resposta Butterworth) e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

Respostas normalizadas, em função do fator de amortecimento d, para diversos valores de Qtc.

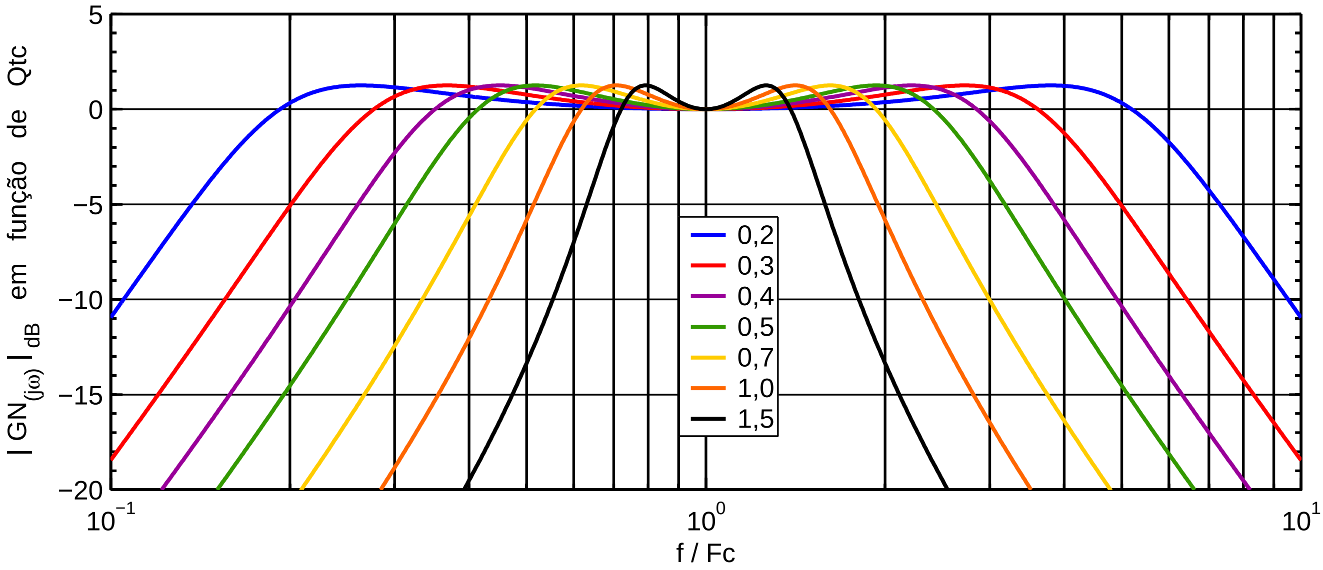


Fig. 10 - Comportamento da resposta normalizada para d = 0,5 e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

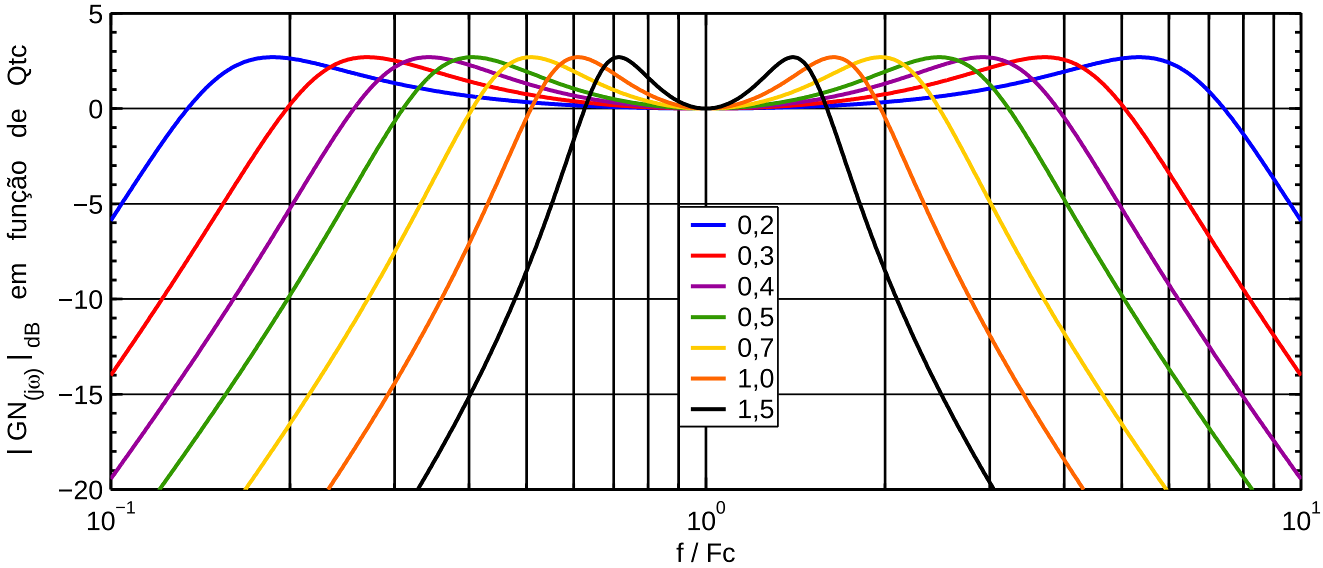


Fig. 11 - Comportamento da resposta normalizada para d = 0,4 e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

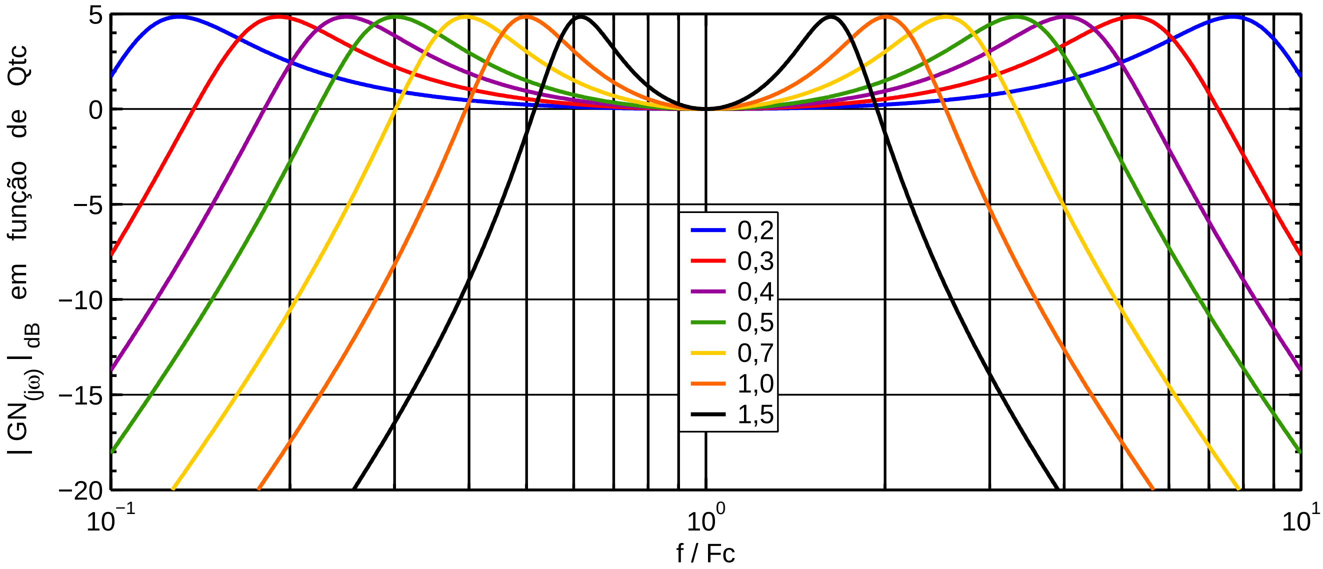


Fig. 12 - Comportamento da resposta normalizada para d = 0,3 e Qtc variando de 0,2 a 1,5 .

Respostas em função do fator de amortecimento d, para diversos valores de Qtc.

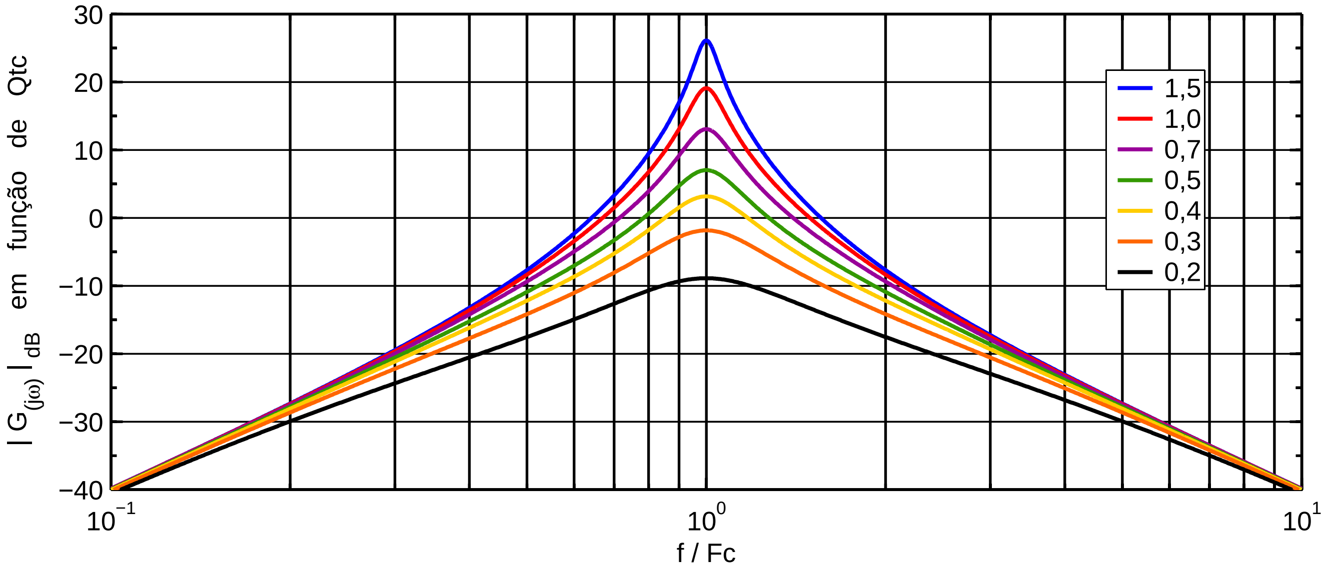


Fig. 13 - Comportamento da resposta para d = 1,5 e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

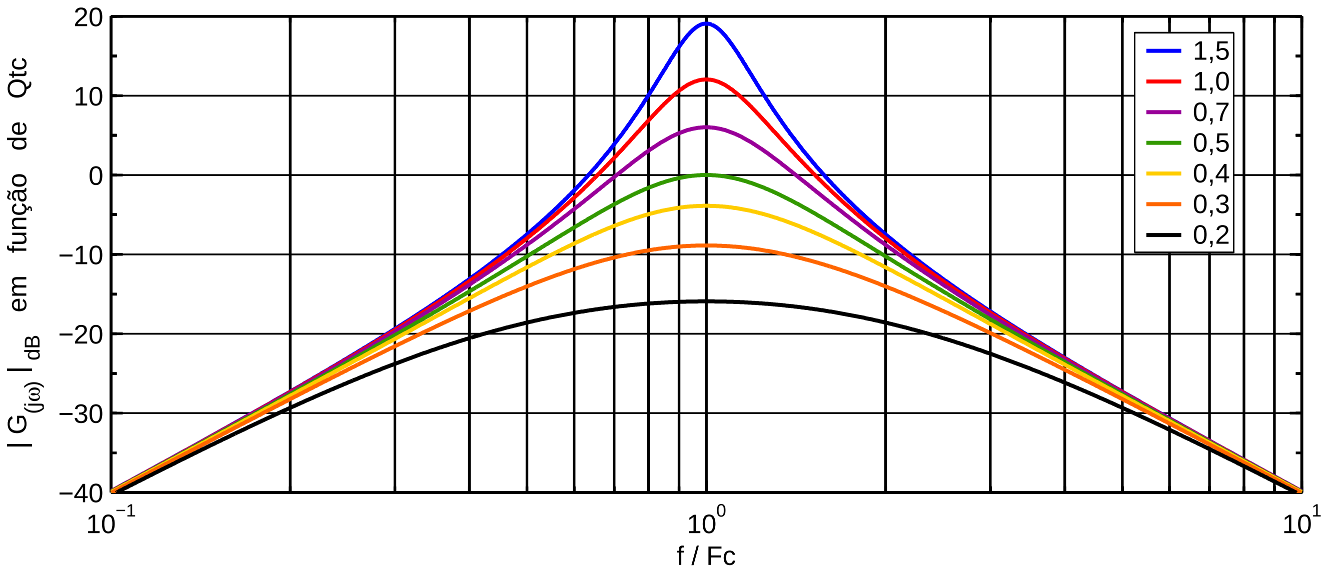


Fig. 14 - Comportamento da resposta para d = 1,0 e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

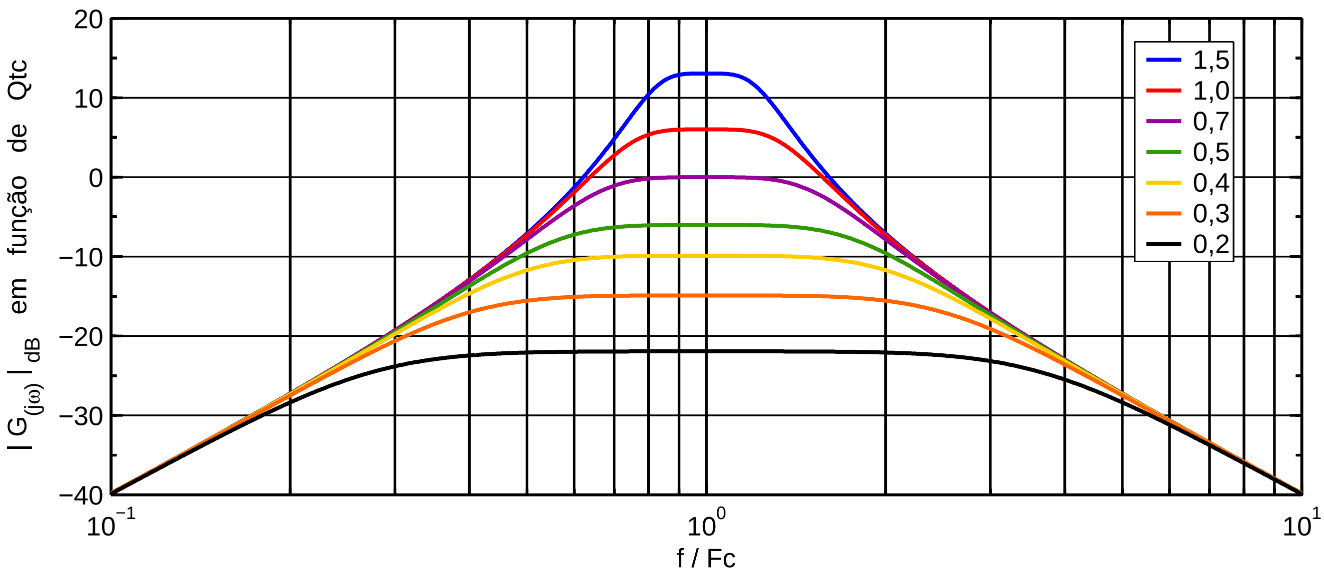


Fig. 15 - Comportamento da resposta para d = 0,707 (resposta Butterworth) e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

Respostas em função do fator de amortecimento d, para diversos valores de Qtc.

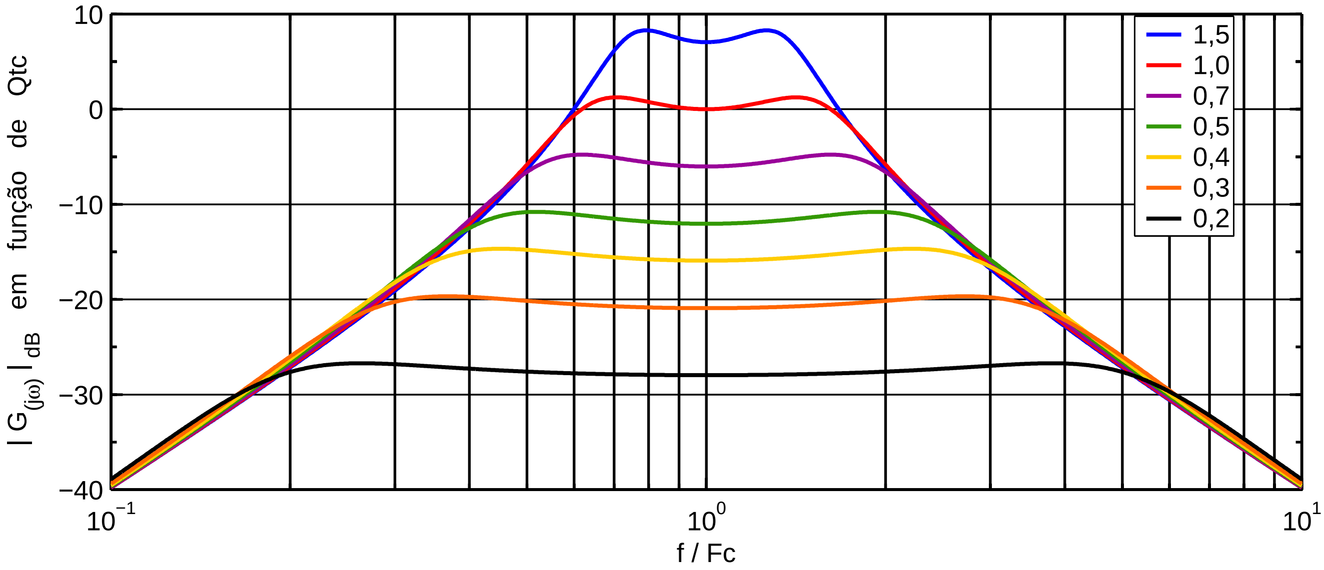


Fig. 16 - Comportamento da resposta para d = 0,5 e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

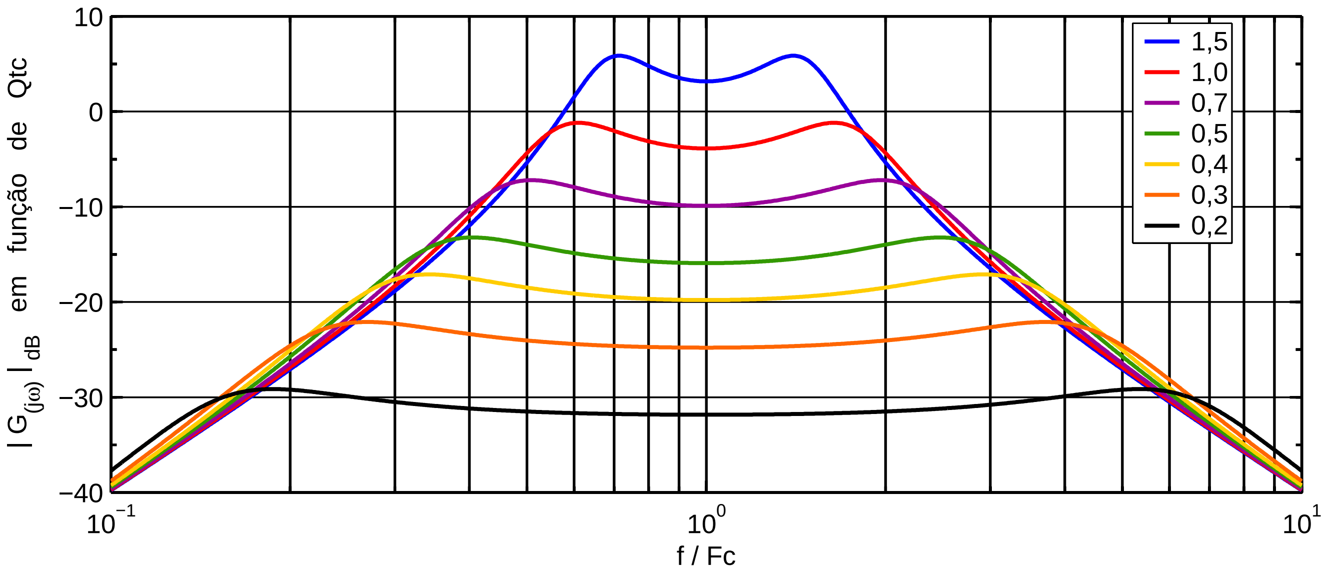


Fig. 17 - Comportamento da resposta para d = 0,4 e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

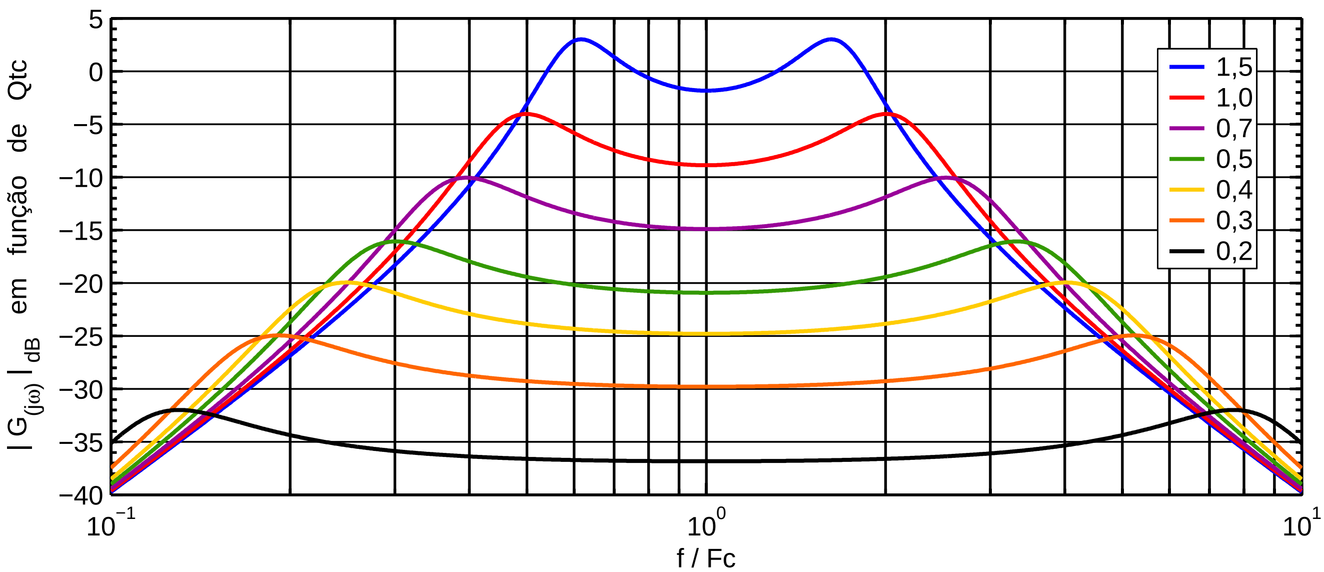


Fig. 18 - Comportamento da resposta para d = 0,3 e Qtc variando de 1,5 a 0,2 .

Freqüências de Corte a -3 dB

$$\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right| = \frac{1}{\sqrt{(2\cdot d\cdot \gamma)^2 + (\gamma^2 - 1)^2}} \quad \therefore \quad \left|G_{N_{(j\omega_{3N})}}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{(2\cdot d\cdot \gamma_3)^2 + (\gamma_3^2 - 1)^2}}$$

$$\left|G_{N_{(j\omega_{3N})}}\right|^2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{(2\cdot d\cdot \gamma_3)^2 + (\gamma_3^2 - 1)^2}$$

$$2 = (2\cdot d\cdot \gamma_3)^2 + (\gamma_3^2 - 1)^2 = 4\cdot d^2\cdot \gamma_3^2 + \gamma_3^4 - 2\cdot \gamma_3^2 + 1$$

$$2 = \gamma_3^4 + (4\cdot d^2 - 2)\cdot \gamma_3^2 + 1$$

$$\gamma_3^4 + (4\cdot d^2 - 2)\cdot \gamma_3^2 - 1 = 0$$

$$\gamma_3^2 = x \quad \therefore \quad x^2 + (4\cdot d^2 - 2)\cdot x - 1 = 0$$

$$x = -\frac{4\cdot d^2 - 2}{2} \pm \frac{\sqrt{(4\cdot d^2 - 2)^2 + 4}}{2} = 1 - 2\cdot d^2 \pm \sqrt{(1 - 2\cdot d^2)^2 + 1}$$

$$x = 1 - 2\cdot d^2 \pm \sqrt{(1 - 2\cdot d^2)^2 + 1}$$

$$c = 1 - 2\cdot d^2 \quad (17) \quad ; \quad c \pm \sqrt{c^2 + 1} = \gamma_3^2 = x \quad ; \quad \gamma_3 = \pm\sqrt{c \pm \sqrt{c^2 + 1}}$$

$$\text{Para } \gamma_3 \text{ real}: \gamma_3 = \pm\sqrt{c + \sqrt{c^2 + 1}}$$

$$a = \sqrt{c + \sqrt{c^2 + 1}} \quad (16) \quad ; \quad \gamma_3 = \pm a$$

$$\gamma_3 = \pm a = \frac{\frac{F_3}{F_C} - \frac{F_C}{F_3}}{B} \quad ; \quad \pm a\cdot B = \frac{F_3}{F_C} - \frac{F_C}{F_3} = \frac{F_3^2 - F_C^2}{F_C\cdot F_3}$$

$$\pm a\cdot B\cdot F_C\cdot F_3 = F_3^2 - F_C^2 \quad \therefore \quad F_3^2 \mp a\cdot B\cdot F_C\cdot F_3 - F_C^2 = 0$$

$$F_3 = \mp \frac{a \cdot B \cdot F_C}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a \cdot B \cdot F_C}{2}\right)^2 + F_C^2}$$

Para F_3 sempre positiva: $$F_3 = \mp \frac{a \cdot B \cdot F_C}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B \cdot F_C}{2}\right)^2 + F_C^2}$$

$$F_3 = F_C \cdot \left[\mp \frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1}\right]$$

$$\frac{F_H}{F_C} = \frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_L}{F_C} = -\frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qtc} \quad ; \quad \frac{a \cdot B}{2} = b = \frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc} \qquad (15)$$

$$\frac{F_H}{F_C} = \frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc} + \sqrt{\left(\frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_L}{F_C} = -\frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc} + \sqrt{\left(\frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_{H,L}}{F_C} = \pm \frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1} \quad \therefore \quad \frac{F_{H,L}}{F_C} = \pm b + \sqrt{b^2 + 1} \qquad (14)$$

$$\frac{F_H}{F_C} = \frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_L}{F_C} = -\frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_H}{F_C} - \frac{F_L}{F_C} = \frac{F_H - F_L}{F_C} = a \cdot B$$

$$\frac{F_L}{F_S} = (1 + \alpha) \cdot \left(-b + \sqrt{b^2 + 1}\right) \quad \therefore \quad V_{b1} = \frac{Vas}{\dfrac{(F_L / F_S)^2}{\left(-b + \sqrt{b^2 + 1}\right)^2} - 1} \qquad (18)$$

$$\frac{F_H}{F_C}\cdot\frac{F_L}{F_C} = \left(\frac{a\cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a\cdot B}{2}\right)^2 + 1}\right)\cdot\left(-\frac{a\cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a\cdot B}{2}\right)^2 + 1}\right)$$

$$\frac{F_H\cdot F_L}{F_C^2} = \left(\frac{a\cdot B}{2}\right)^2 + 1 - \left(\frac{a\cdot B}{2}\right)^2 = 1$$

$$F_H\cdot F_L = F_C^2$$

Banda Passante

A banda Passante $F_H - F_L$ é dada por $\dfrac{F_H - F_L}{F_C} = a\cdot B$

Como $\dfrac{a\cdot B}{2} = \dfrac{a}{4\cdot d\cdot Qtc}$, então $a\cdot B = \dfrac{a}{2\cdot d\cdot Qtc}$. Logo,

$$F_H - F_L = \frac{a\cdot F_C}{2\cdot d\cdot Qtc} \quad \therefore \quad F_H - F_L = \frac{a\cdot Fs\cdot\sqrt{1+\alpha}}{2\cdot d\cdot Qts\cdot\sqrt{1+\alpha}} \quad \therefore \quad F_H - F_L = \frac{a\cdot Fs}{2\cdot d\cdot Qts}$$

$$\frac{F_H - F_L}{\dfrac{F_C}{Qtc}} = \frac{F_H - F_L}{\dfrac{Fs}{Qts}} = BW_N = \frac{a}{2\cdot d} = \frac{\sqrt{1 - 2\cdot d^2 + \sqrt{\left(1 - 2\cdot d^2\right)^2 + 1}}}{2\cdot d}$$

Resolvendo a equação acima, poderemos explicitar **d** em função da banda passante normalizada, BW_N:

$$d = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{BW_N^2 + 1} + \sqrt{\frac{1}{\left(BW_N^2 + 1\right)^2} + \frac{1}{BW_N^2\cdot\left(BW_N^2 + 1\right)}}}$$

Resolução horizontal: 0,05 **Resolução vertical: 0,01**

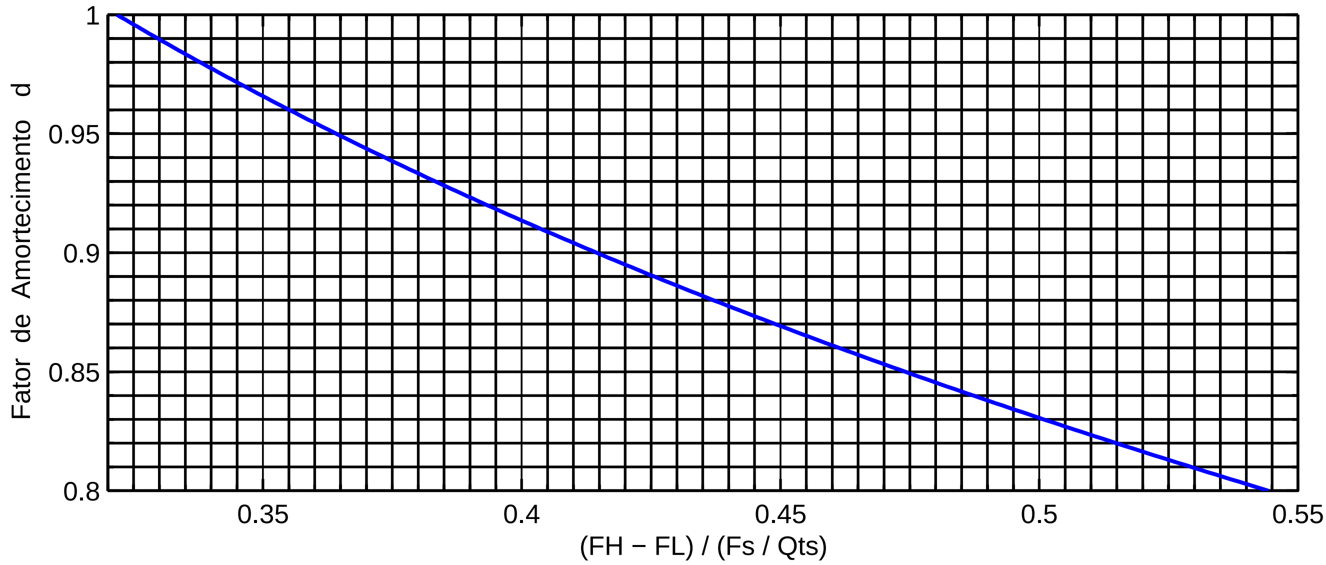
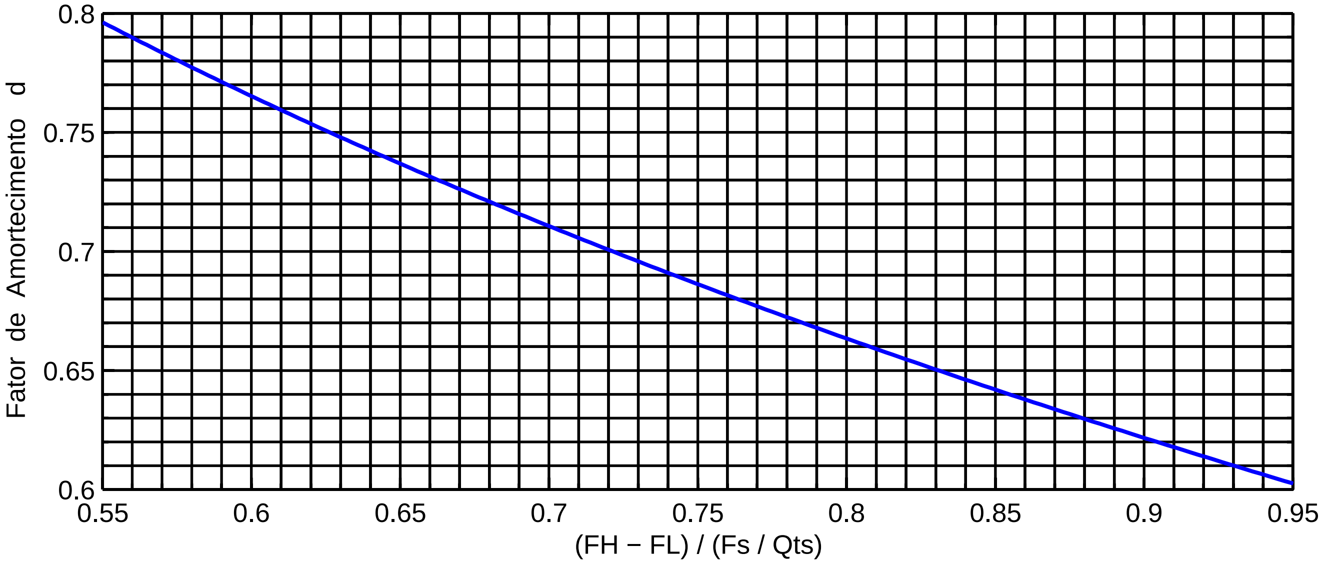
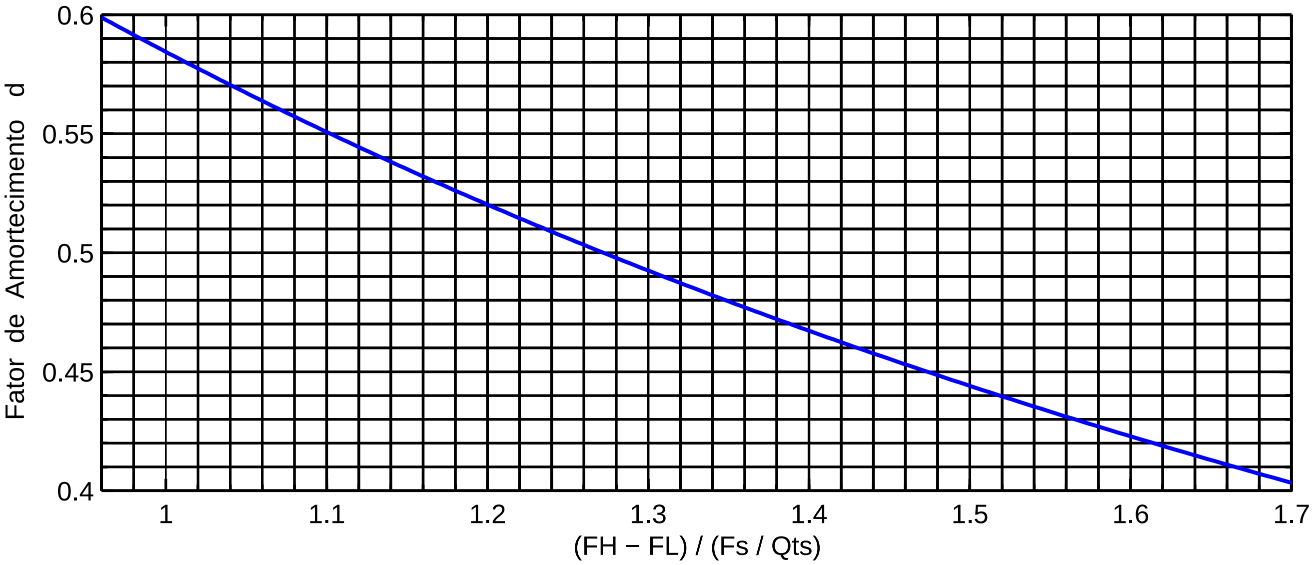


Fig. 19 - Banda passante normalizada em função do fator de amortecimento.

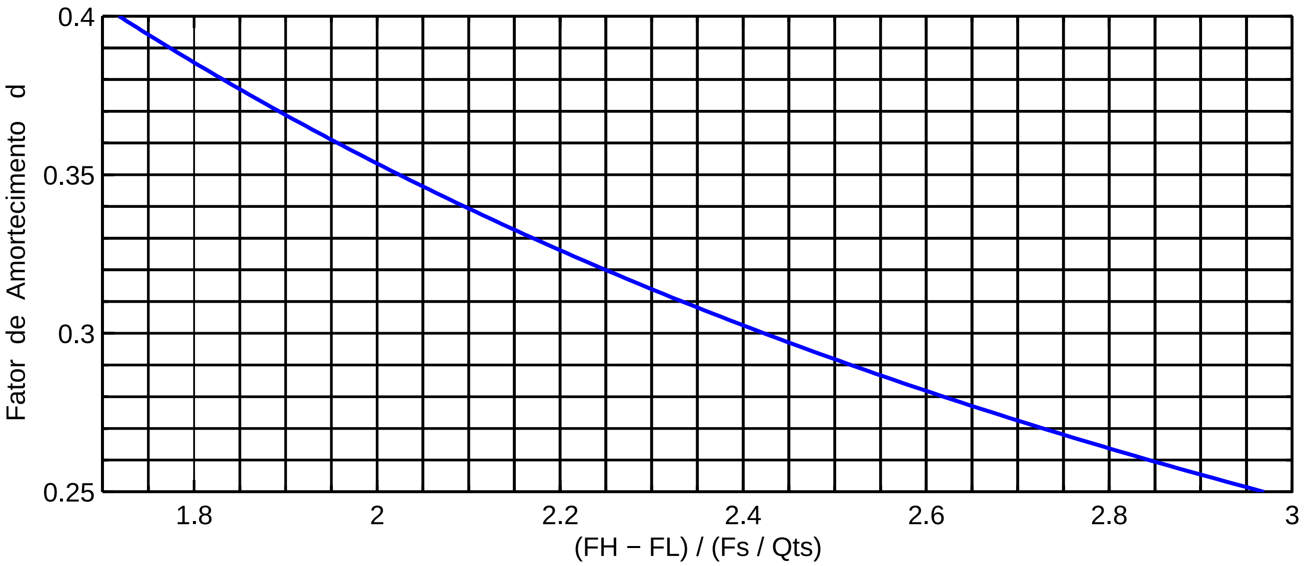
Resolução horizontal: 0,01 **Fig. 20** **Resolução vertical: 0,01**



Resolução horizontal: 0,02 **Fig. 21** **Resolução vertical: 0,01**



Resolução horizontal: 0,05 **Fig. 22** **Resolução vertical: 0,01**



Assim, vemos que a banda passante é função de **d** (o fator de amortecimento do sistema), e do cociente Fs/Qts. Desse modo, escolhido o fator de amortecimento, o cociente $\frac{F_H - F_L}{Fs/Qts}$ fica determinado. Essa quantidade pode ser entendida como a banda passante, normalizada em relação à freqüência Fs/Qts.
Escolhido o valor desejado para $F_H - F_L$, o cociente Fs/Qts fica, então, determinado, o que permite a utilização de qualquer falante, desde que o valor calculado para Fs/Qts seja respeitado.

Para uma resposta Butterworth, $a = 1$ e $d = 0{,}707 = 1/\sqrt{2}$

$$\frac{Fs}{Qts} = \frac{F_H - F_L}{\frac{a}{2\cdot d}} = \frac{F_H - F_L}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

Para uma banda passante de 40 a 140 Hz, teremos $\frac{Fs}{Qts} = \frac{140 - 100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 100\cdot\sqrt{2}$.

Desse modo, quaisquer falantes onde Fs/Qts = 141 poderão ser usados.

Picos na Resposta

Os eventuais picos na resposta podem ser determinados pesquisando-se os pontos de máximo da resposta.

Para isso, podemos igualar a 0 a derivada de $\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|^2$, em relação a γ, para a obtenção dos valores de γ que tornam o ganho máximo, conforme o desenvolvimento abaixo:

$$\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|^2 = \frac{1}{(2\cdot d\cdot\gamma)^2 + (\gamma^2 - 1)^2} = \frac{1}{4\cdot d^2\cdot\gamma^2 + \gamma^4 - 2\cdot\gamma^2 + 1} = \frac{1}{\gamma^4 + 2\cdot(2\cdot d^2 - 1)\cdot\gamma^2 + 1}$$

$$\frac{d}{d\gamma}\left[\left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right|^2\right] = \frac{-\left[4\cdot\gamma^3 + 4\cdot(2\cdot d^2 - 1)\cdot\gamma\right]}{\left[\gamma^4 + 2\cdot(2\cdot d^2 - 1)\cdot\gamma^2 + 1\right]^2} = 0$$

O que foi feito sabendo-se que a derivada do cociente $\frac{u}{v}$ é igual a $\frac{v\cdot u' - u\cdot v'}{v^2}$ sendo que $(')$ representa a derivada da função.

Igualando a zero a derivada, obteremos os valores de gama que tornam máxima a função:

$$-\left[4\cdot\gamma^3 + 4\cdot(2\cdot d^2 - 1)\cdot\gamma\right] = 0 \quad\therefore\quad 4\cdot\gamma^3 + 4\cdot(2\cdot d^2 - 1)\cdot\gamma = 0 \quad\therefore\quad \gamma^2 + 2\cdot d^2 - 1 = 0$$

$$\gamma_M^2 + 2\cdot d^2 - 1 = 0 \quad\therefore\quad \gamma_M^2 = 1 - 2\cdot d^2 \quad\therefore\quad \gamma_M = \pm\sqrt{1 - 2\cdot d^2}$$

$$\left|G_{N(j\omega_N)}\right|^2_{MAX} = \frac{1}{\left(2\cdot d\cdot\gamma_M\right)^2 + \left(\gamma_M^2 - 1\right)^2} = R^2$$

$$R^2 = \frac{1}{4\cdot d^2\cdot\gamma_M^2 + \left(\gamma_M^2 - 1\right)^2} = \frac{1}{4\cdot d^2\cdot\left(1 - 2\cdot d^2\right) + \left(1 - 2\cdot d^2 - 1\right)^2} = \frac{1}{4\cdot d^2 - 8\cdot d^4 + 4\cdot d^4}$$

$$R^2 = \frac{1}{4\cdot d^2 - 4\cdot d^4} = \frac{1}{4\cdot d^2\cdot\left(1 - 2\cdot d^2\right)} \quad \therefore \quad R = \frac{1}{\sqrt{4\cdot d^2\cdot\left(1 - 2\cdot d^2\right)}}$$

$$R_{(dB)} = 20\cdot \text{Log}\left[\frac{1}{\sqrt{4\cdot d^2\cdot\left(1 - 2\cdot d^2\right)}}\right]$$ que pode ser simplificada, conforme abaixo:

$$R_{(dB)} = -10\cdot \text{Log}\left[4\cdot d^2\cdot\left(1 - d^2\right)\right] \quad \text{para } d \le 0,707 \quad ; \quad \text{para } d > 0,707 \text{ então } R = 0 \qquad (13)$$

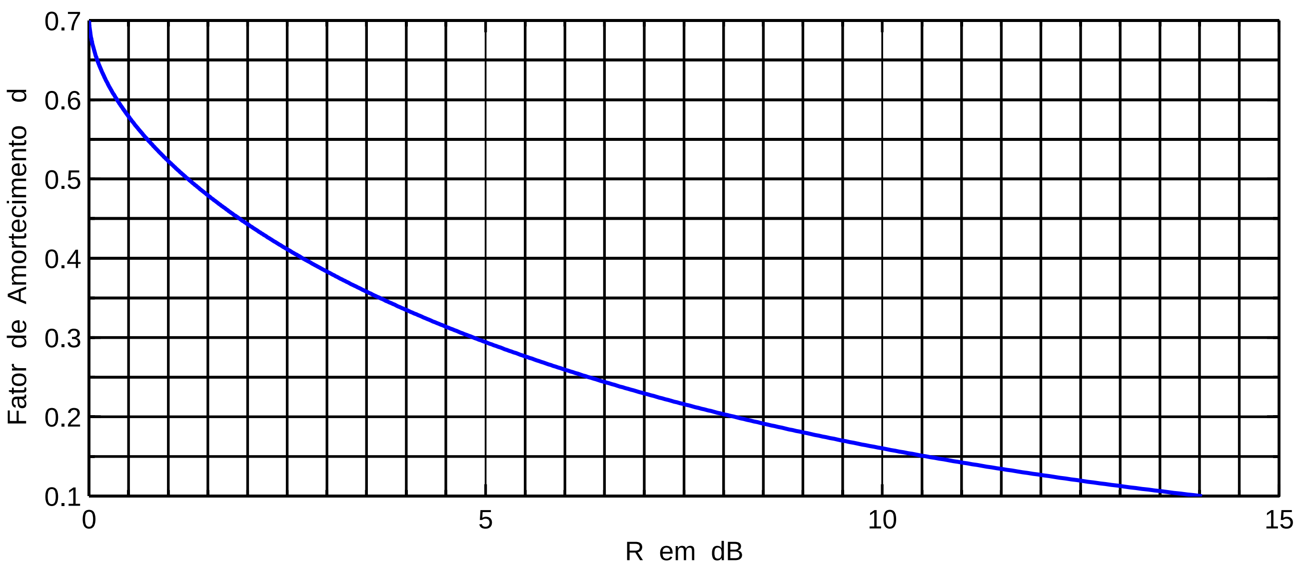


Fig. 23 - Pico na resposta em função do fator de amortecimento.

$$\frac{F_H - F_L}{a\cdot F_C} = B = \frac{1}{2\cdot d\cdot Qtc} \quad \therefore \quad F_H - F_L = \frac{a\cdot Fs}{2\cdot d\cdot Qts}$$

$$\gamma = \frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{B} = 2\cdot d\cdot Qtc\cdot\left(\omega_N - \frac{1}{\omega_N}\right)$$

Freqüências dos Picos

As freqüências que correspondem aos picos na resposta podem ser obtidas conforme abaixo:

$$\gamma_M = \pm\sqrt{1 - 2\cdot d^2}$$

$$\gamma_M \cdot B \cdot Fc \cdot F_M = F_M^2 - F_C^2 \quad \therefore \quad F_M^2 - \gamma_M \cdot B \cdot Fc \cdot F_M - F_C^2 = 0$$

$$F_M = \frac{\gamma_M \cdot B \cdot Fc}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma_M \cdot B \cdot Fc}{2}\right)^2 + F_C^2}$$

$$\frac{F_M}{Fc} = \frac{\gamma_M \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma_M \cdot B}{2}\right)^2 + 1} \qquad \text{(para } F_M > 0 \text{ interessa apenas a raiz soma)}$$

$$\frac{F_M}{Fc} = \pm\frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_{M2}}{Fc} = \frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_{M1}}{Fc} = -\frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 2\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1}$$

Exemplo:

Em uma caixa band pass simétrica, de quarta ordem, calcule a amplitude dos picos e suas respectivas freqüências, sabendo-se que d = 0,440, B = 1 e Fc = 74,83 Hz.

$$R_{(dB)} = -10\cdot \mathrm{Log}\left[4\cdot d^2\cdot\left(1 - d^2\right)\right] = -10\cdot \mathrm{Log}\left[4\cdot 0,44^2\cdot\left(1 - 0,44^2\right)\right] = 2 \text{ dB}$$

$$\frac{F_{M2}}{Fc} = \frac{1\cdot\sqrt{1 - 2\cdot 0,44^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{1\cdot\sqrt{1 - 2\cdot 0,44^2}}{2}\right)^2 + 1} = 0,391 + 1,074 = 1,465$$

$$\frac{F_{M1}}{Fc} = -0,391 + 1,074 = 0,682$$

$$F_{M2} = 1,465\cdot 74,83 = 109,7 \text{ Hz} \quad ; \quad F_{M1} = 0,682\cdot 74,83 = 51,1 \text{ Hz}$$

Módulos do polinômio normalizado da resposta, e seu quadrado (para facilitar a derivação na pesquisa dos pontos de máximo), sendo d = 0,440 , B = 1 e Fc = 74,83 Hz.

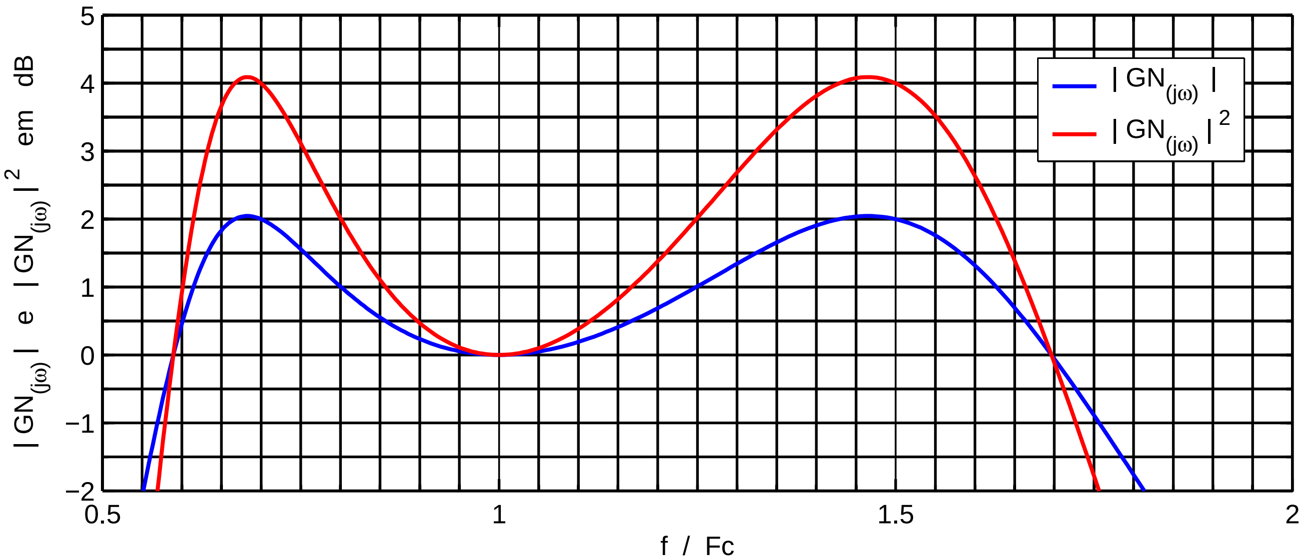


Fig. 24 - Eixo horizontal em escala linear, normalizada em relação a Fc.

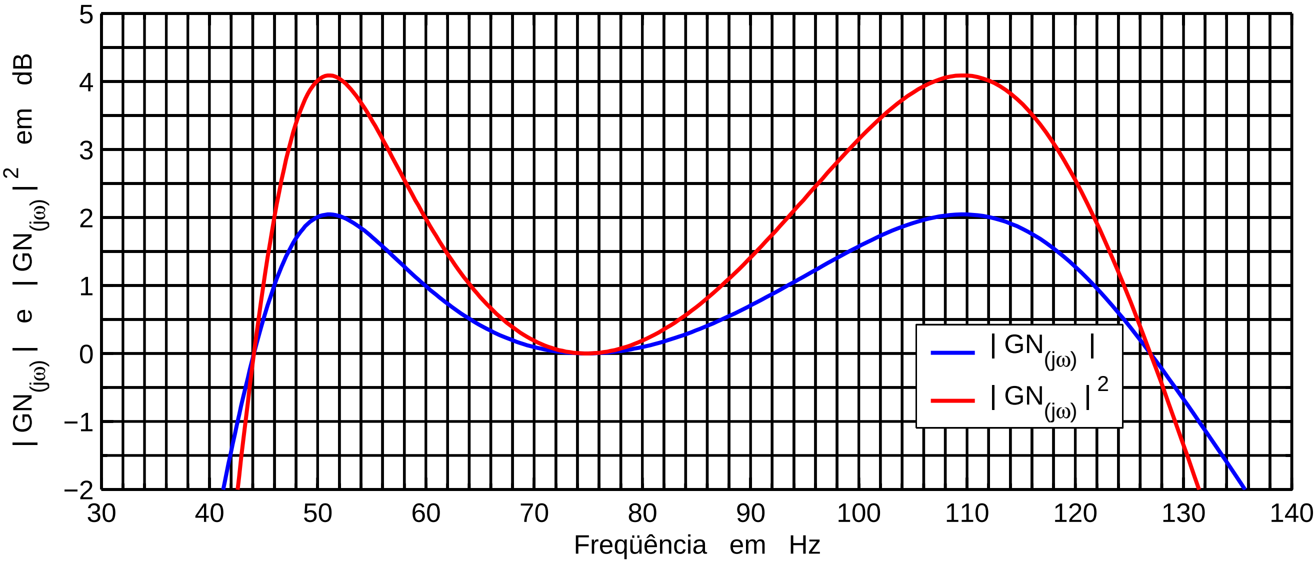


Fig. 25 - Eixo horizontal em escala linear, em Hz.

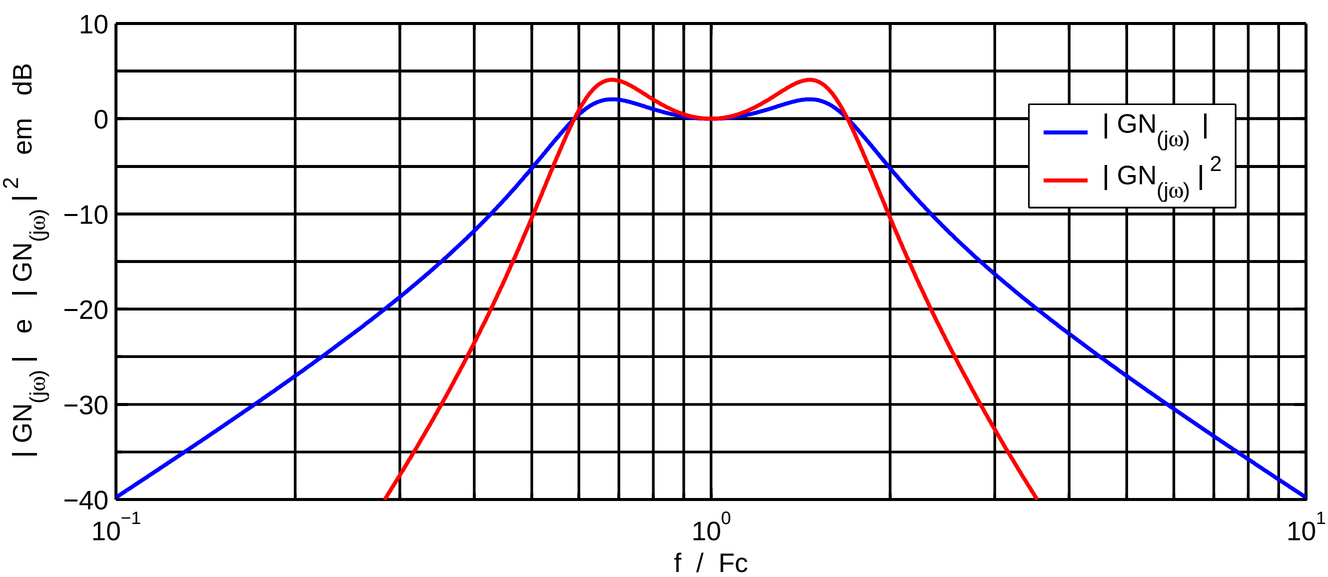


Fig. 26 - Eixo horizontal em escala logarítmica, normalizada em relação a Fc.

Determinação das Freqüências F_1 e F_2 onde $\gamma = \pm 1$

$$\left| G_{N_{(j\omega_N)}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(2 \cdot d \cdot \gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}} \quad \therefore \quad \left| G_{N_{(j\omega 1,2_N)}} \right| = \frac{1}{2 \cdot d} = \frac{1}{\sqrt{\left(2 \cdot d \cdot \gamma_{1,2}\right)^2 + \left(\gamma_{1,2}^2 - 1\right)^2}}$$

Conforme podemos constatar acima, para $\gamma = \pm 1$ teremos $\left| G_{N_{(j\omega 1,2_N)}} \right| = \dfrac{1}{2 \cdot d}$ o que leva a:

$$\left| G_{N_{(j\omega 1,2_N)}} \right|^2 = \frac{1}{4 \cdot d^2} = \frac{1}{\left(2 \cdot d \cdot \gamma_{1,2}\right)^2 + \left(\gamma_{1,2}^2 - 1\right)^2}$$

$$4 \cdot d^2 = \left(2 \cdot d \cdot \gamma_{1,2}\right)^2 + \left(\gamma_{1,2}^2 - 1\right)^2 = 4 \cdot d^2 \cdot \gamma_{1,2}^2 + \gamma_{1,2}^4 - 2 \cdot \gamma_{1,2}^2 + 1$$

$$4 \cdot d^2 = \gamma_{1,2}^4 + \left(4 \cdot d^2 - 2\right) \cdot \gamma_{1,2}^2 + 1$$

$$\gamma_{1,2}^4 + \left(4 \cdot d^2 - 2\right) \cdot \gamma_{1,2}^2 + 1 - 4 \cdot d^2 = 0$$

$$\gamma_{1,2}^2 = x \quad \therefore \quad x^2 + \left(4 \cdot d^2 - 2\right) \cdot x + 1 - 4 \cdot d^2 = 0$$

$$x = -\frac{4 \cdot d^2 - 2}{2} \pm \frac{\sqrt{\left(4 \cdot d^2 - 2\right)^2 - 4 \cdot \left(1 - 4 \cdot d^2\right)}}{2} = 1 - 2 \cdot d^2 \pm \sqrt{\left(1 - 2 \cdot d^2\right)^2 + 4 \cdot d^2 - 1}$$

$$x = 1 - 2 \cdot d^2 \pm \sqrt{\left(1 - 2 \cdot d^2\right)^2 + 4 \cdot d^2 - 1}$$

$$x = 1 - 2 \cdot d^2 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot d^2 + 4 \cdot d^4 + 4 \cdot d^2 - 1} = 1 - 2 \cdot d^2 \pm \sqrt{4 \cdot d^4} = 1 - 2 \cdot d^2 \pm 2 \cdot d^2$$

$$\text{Para } \gamma = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad x = 1 - 2 \cdot d^2 + 2 \cdot d^2 = 1$$

$$\gamma_{1,2}^2 = x = 1 \quad \therefore \quad \gamma_{1,2} = \pm \sqrt{x} = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

$$\gamma_{1,2} = \pm 1 = \frac{\dfrac{F_{1,2}}{F_C} - \dfrac{F_C}{F_{1,2}}}{B} \quad ; \quad \pm B = \frac{F_{1,2}}{F_C} - \frac{F_C}{F_{1,2}} = \frac{F_{1,2}^2 - F_C^2}{F_C \cdot F_{1,2}}$$

$$\pm B \cdot F_C \cdot F_{1,2} = F_{1,2}^2 - F_C^2 \quad \therefore \quad F_{1,2}^2 \mp B \cdot F_C \cdot F_{1,2} - F_C^2 = 0$$

$$F_{1,2} = \mp \frac{B \cdot F_C}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B \cdot F_C}{2}\right)^2 + F_C^2}$$

Para F_1 e F_2 sempre positivas: $$F_{1,2} = \mp \frac{B \cdot F_C}{2} + \sqrt{\left(\frac{B \cdot F_C}{2}\right)^2 + F_C^2}$$

$$F_{1,2} = F_C \cdot \left[\mp \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \right]$$

$$\frac{F_1}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_2}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qtc}$$

$$\frac{F_{2,1}}{F_C} = \pm \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_2}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_1}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_2}{F_C} - \frac{F_1}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} + \frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} = B$$

$$B = \frac{F_2 - F_1}{F_C} = \frac{F_2 - F_1}{\sqrt{F_2 \cdot F_1}} = \frac{F_2}{F_1} - \frac{F_1}{F_2}$$

$$\frac{F_H - F_L}{F_C} = a \cdot B = a \cdot \frac{F_2 - F_1}{F_C}$$

$$F_H - F_L = a \cdot (F_2 - F_1)$$

$$\frac{F_2}{F_C} \cdot \frac{F_1}{F_C} = \frac{F_2 \cdot F_1}{F_C^2} = \left[\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \right] \cdot \left[-\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \right]$$

$$\frac{F_2 \cdot F_1}{F_C^2} = \left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1 - \left(\frac{B}{2}\right)^2 = 1$$

$$F_C^2 = F_2 \cdot F_1 = F_H \cdot F_L$$

Resposta Butterworth

No caso de uma resposta Butterworth, $a = 1 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Como $a = 1$, $\frac{F_H}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$; $\frac{F_L}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$

E sendo $\frac{F_2}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$; $\frac{F_1}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$

Concluímos que, quando a resposta é do tipo Butterworth, $F_H = F_2$ e $F_L = F_1$.

Outra solução para γ

Alem da solução anteriormente encontrada, para $\gamma = \pm 1$, existe uma outra, que coexiste com a primeira, sempre que $d < \frac{1}{2}$, onde γ será diferente de 1 mas $\left| G_{N_{(j\omega 1,2_N)}} \right| = \frac{1}{2 \cdot d}$, o que mostraremos abaixo.

Conforme vimos antes, $x = 1 - 2 \cdot d^2 \pm 2 \cdot d^2$. Tomando agora a solução diferença, temos:

$$x = 1 - 2 \cdot d^2 - 2 \cdot d^2 = 1 - 4 \cdot d^2 = \gamma^2 \quad \therefore \quad \gamma = \pm \sqrt{1 - 4 \cdot d^2}$$

Logo, para γ ser real, d deverá ser menor ou igual a 0,5. Sendo esta condição satisfeita, teremos mais dois valores de γ onde o módulo do ganho será, também, igual a $\frac{1}{2 \cdot d}$:

$$\gamma_{22} = \sqrt{1 - 4 \cdot d^2} \quad ; \quad \gamma_{11} = -\sqrt{1 - 4 \cdot d^2}$$

$$\gamma_{22\,,\,11} = \pm \sqrt{1 - 4 \cdot d^2} = \frac{\frac{F_{22\,,\,11}}{F_C} - \frac{F_C}{F_{22\,,\,11}}}{B} \quad \therefore \quad \frac{F_{22\,,\,11}}{F_C} - \frac{F_C}{F_{22\,,\,11}} = \pm B \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot d^2}$$

$$\frac{F_{22}}{F_C} = \frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_{11}}{F_C} = -\frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1}$$

Exemplo:

Em uma caixa band pass simétrica, de quarta ordem, calcule as freqüências F_2 e F_1, sabendo-se que d = 0,440, B = 1 e Fc = 74,83 Hz.

$$\left|G_{N_{(j\omega 1,2_N)}}\right| = \frac{1}{2\cdot d} = \frac{1}{2\cdot 0,44} = 1,1364$$

$$\left|G_{N_{(j\omega 1,2_N)}}\right|_{dB} = -20\cdot \mathrm{Log}\left(2\cdot d\right) = -20\cdot \mathrm{Log}\left(2\cdot 0.44\right) = 1,11 \text{ dB}$$

$$\frac{F_2}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \quad \therefore \quad \frac{F_2}{F_C} = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = 0,5 + 1,118 = 1,618$$

$$\frac{F_1}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \quad \therefore \quad \frac{F_1}{F_C} = -\frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = -0,5 + 1,118 = 0,618$$

$$F_2 = Fc\cdot 1,680 = 74,83\cdot 1,618 = 121,1 \text{ Hz}$$

$$F_1 = Fc\cdot 0,618 = 74,83\cdot 0,618 = 46,2 \text{ Hz}$$

Como d < 0,5 , teremos ainda $\gamma_{22,11} = \pm\sqrt{1 - 4\cdot d^2} = \pm\sqrt{1 - 4\cdot 0,44^2} = \pm 0,4750$

$$\frac{F_{22}}{F_C} = \frac{1\cdot\sqrt{1 - 4\cdot 0,44^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{1\cdot\sqrt{1 - 4\cdot 0,44^2}}{2}\right)^2 + 1} = 0.2375 + 1.0278 = 1.2653$$

$$\frac{F_{11}}{F_C} = -\frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{B\cdot\sqrt{1 - 4\cdot d^2}}{2}\right)^2 + 1} = -0.2375 + 1.0278 = 0.7903$$

$$F_{22} = Fc\cdot 1,2653 = 74,83\cdot 1,2653 = 94,7 \text{ Hz}$$

$$F_{11} = Fc\cdot 0,7903 = 74,83\cdot 0,7903 = 59,1 \text{ Hz}$$

Respostas para d = 0,440 , B = 1 e Fc = 74,83 Hz

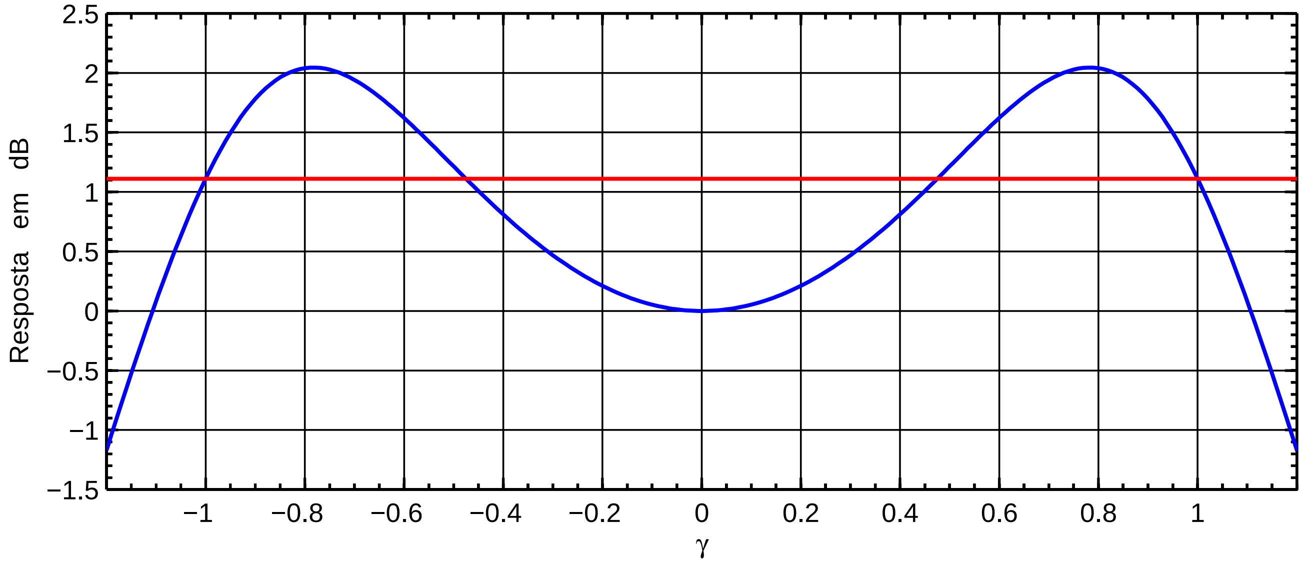


Fig. 27 - Notar os valores de γ que tornam o módulo do polinômio igual a 1/2d, no caso 1,1 dB.

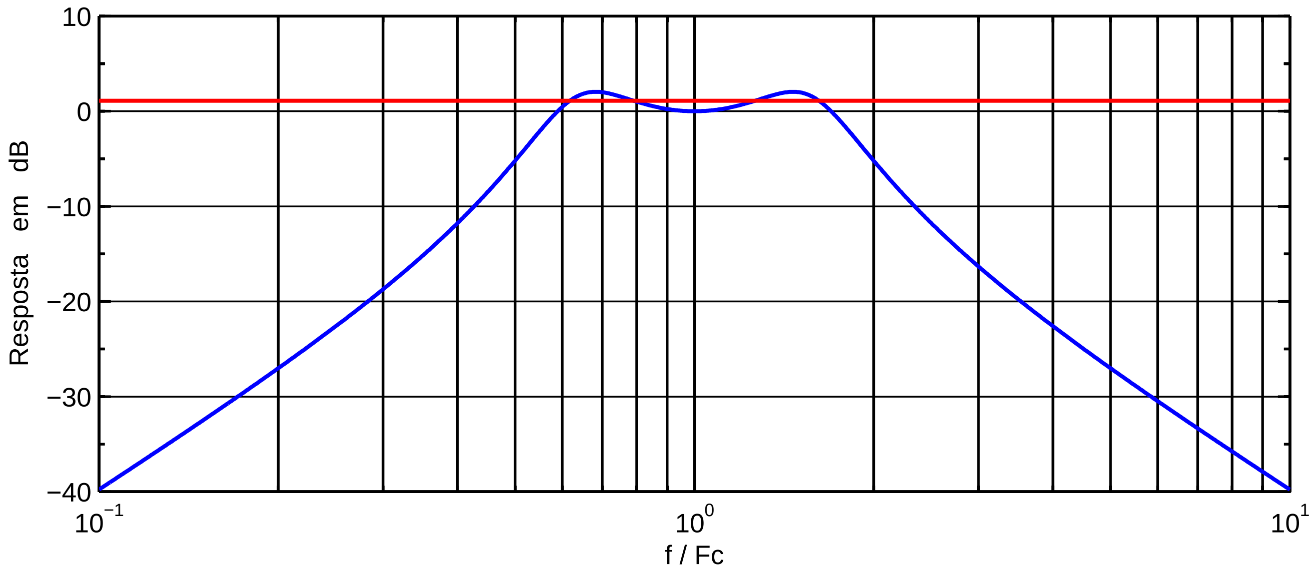


Fig. 28 - Resposta normalizada, mostrando as freqüências onde o módulo vale 1/2d, no caso 1,1 dB.

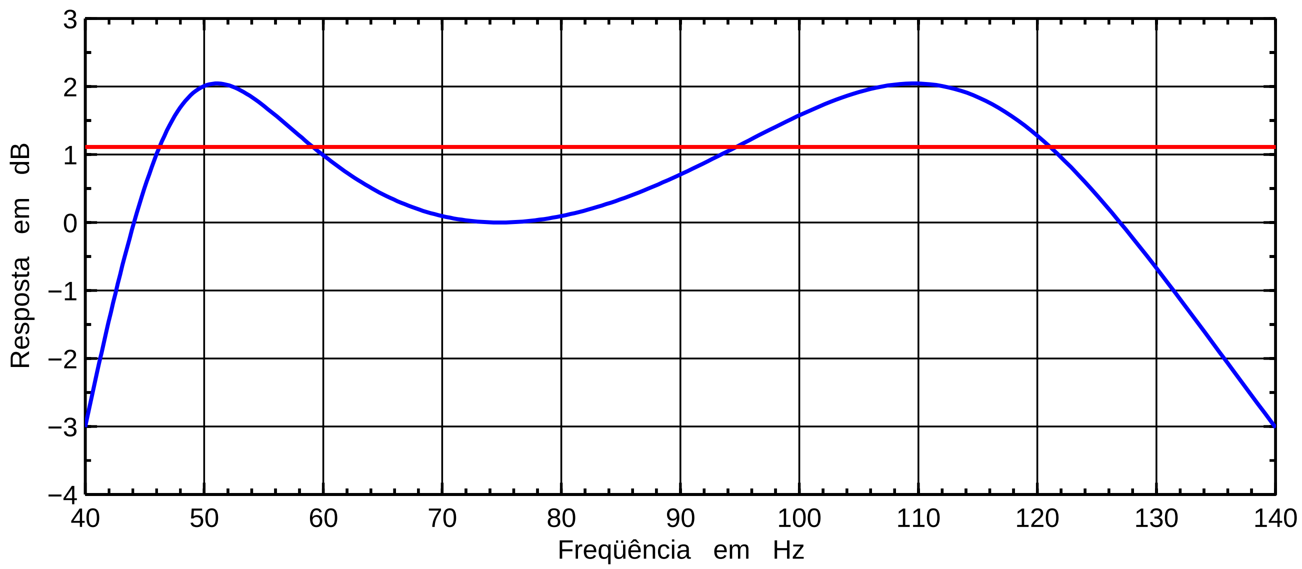


Fig. 29 - Resposta normalizada em amplitude, mostrando as freqüências onde o módulo vale 1/2d, no caso 1,1 dB

Deslocamento do cone

$$Xd_{(S)} = \frac{Ud}{s \cdot Sd} = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms \cdot s \cdot Sd} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s^2}{\omega_b^2} \cdot \frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1} + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Pg \cdot \frac{Sd}{\omega_C^2 \cdot Mms} \cdot \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s^2}{\omega_b^2} \cdot \frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1} + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Pg \cdot \frac{Sd}{\omega_C^2 \cdot Mms} = Pg \cdot Sd \cdot Cms \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2}$$

$$Xd_{(S)} = Pg \cdot Sd \cdot Cms \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s^2}{\omega_b^2} \cdot \frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1} + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Pg \cdot Sd \cdot Cms \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{\frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1\right) + B^2 \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1\right) + \frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Pg \cdot Sd \cdot Cms \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + B^2 \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + \frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Pg \cdot Sd \cdot Cms \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \left(B^2 + 1\right) \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

Como $Pg = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd}$, temos:

$$Pg \cdot \frac{Sd \cdot Cms \cdot \omega_S^2}{\omega_C^2} = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd} \cdot \frac{Sd \cdot Cms \cdot \omega_S^2}{\omega_C^2} = Eg \cdot \frac{\beta L \cdot Cms}{\left(Rg + R_E\right)} \cdot \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2}$$

$$Xd_{(S)} = Eg \cdot \frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E} \cdot \frac{\frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1\right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \left(B^2 + 1\right) \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot K_X \cdot GX_{(S)} \quad ; \quad X_{(S)} = K_X \cdot GX_{(S)} \quad ; \quad Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot X_{(S)}$$

Tabela 1 - **Componentes da Função Deslocamento do Cone**		
$Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot K_X \cdot GX_{(S)}$	Função deslocamento do cone	Metro
Eg	Tensão aplicada	Volt
$\sigma_X = \frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E}$	Sensibilidade estática (DC) ao deslocamento	metro/Volt
$Kx = \frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} = \frac{F_S^2}{F_C^2}$ (19)	Constante de deslocamento	-
$GX_{(S)}$	Polinômio do deslocamento do cone	-
$X_{(S)} = K_X \cdot GX_{(S)}$	Deslocamento normalizado do cone	-

$$GX_{(S)} = \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \left(B^2 + 1\right) \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$X_{(S)} = K_X \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \left(B^2 + 1\right) \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$GX_{(j\omega)} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_b^2}}{\frac{\omega^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} - j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{\omega^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} - \left(B^2 + 1\right) \cdot \frac{\omega^2}{\omega_b^2} + j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{\omega}{\omega_C} + 1}$$

$$GX_{(j\omega)} = \frac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}}{\dfrac{\omega^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} - \dfrac{\omega^2}{\omega_C^2} - \left(B^2 + 1\right) \cdot \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2} + 1 + j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{\omega}{\omega_C} - j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{\omega^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C}}$$

$$GX_{(j\omega)} = \frac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}}{\dfrac{\omega^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} - \dfrac{\omega^2}{\omega_C^2} - \left(B^2 + 1\right) \cdot \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2} + 1 + j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}\right)}$$

$$\left|GX_{(j\omega)}\right|^2 = \frac{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}\right)^2}{\left[\dfrac{\omega^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} - \dfrac{\omega^2}{\omega_C^2} - \left(B^2 + 1\right) \cdot \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2} + 1\right]^2 + \left[2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}\right)\right]^2}$$

Para resposta simétrica, vem:

$$GX_{(S)} = \frac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2} + 1}{\dfrac{s^4}{\omega_C^4} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{s^3}{\omega_C^3} + \left(B^2 + 2\right) \cdot \dfrac{s^2}{\omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \dfrac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$GX_{(s_N)} = \frac{s_N^2 + 1}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$X_{(s_N)} = K_X \cdot \frac{1 + s_N^2}{D_{(s_N)}} \qquad (20)$$

$$D_{(s_N)} = s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1$$

$$GX_{(j\omega_N)} = \frac{1 - \omega_N^2}{\omega_N^4 - \left(B^2 + 2\right) \cdot \omega_N^2 + 1 + j \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \omega_N \cdot \left(1 - \omega_N^2\right)}$$

$$\left|X_{(j\omega_N)}\right|^2 = K_X^2 \cdot \frac{\left(1 - \omega_N^2\right)^2}{\left[\omega_N^4 - \left(B^2 + 2\right) \cdot \omega_N^2 + 1\right]^2 + \left[2 \cdot d \cdot B \cdot \omega_N \cdot \left(1 - \omega_N^2\right)\right]^2} \qquad (21)$$

Band pass simétrica, onde: d = 0,44 ; B = 1 ; Qtc = 1,136 ; Fc = 74,83 Hz ; Kx = (Fs / Fc)^2

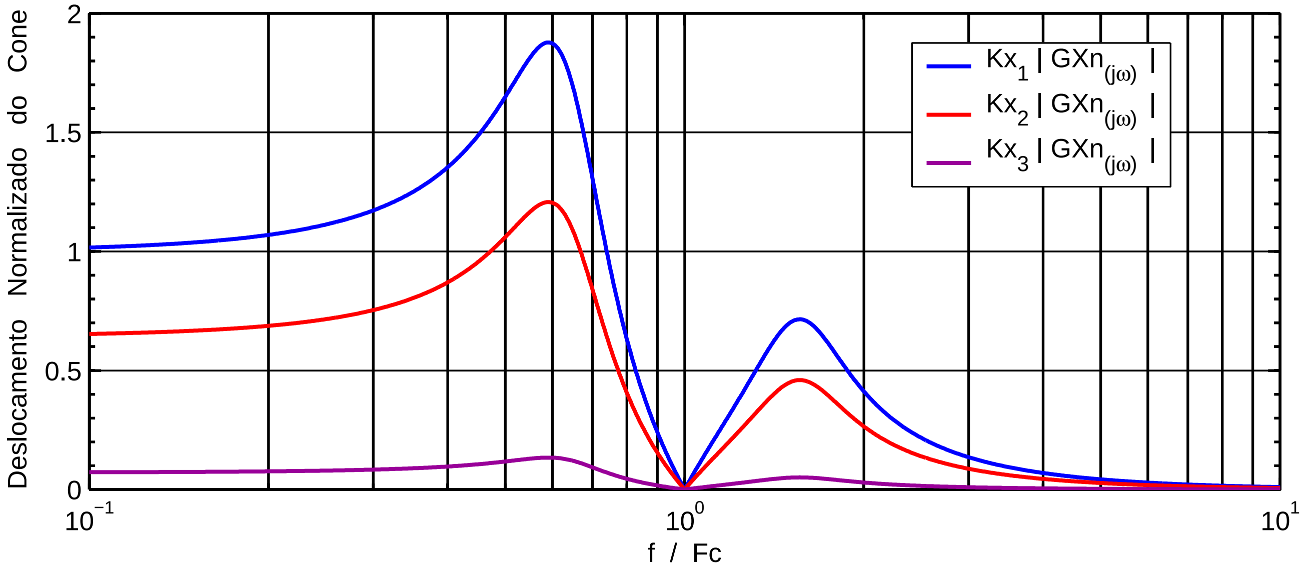


Fig. 30 - $Kx_1 = 1$; $Kx_2 = 60 / 74,83 = 0,64$; $Kx_3 = 20 / 74,83 = 0,07$

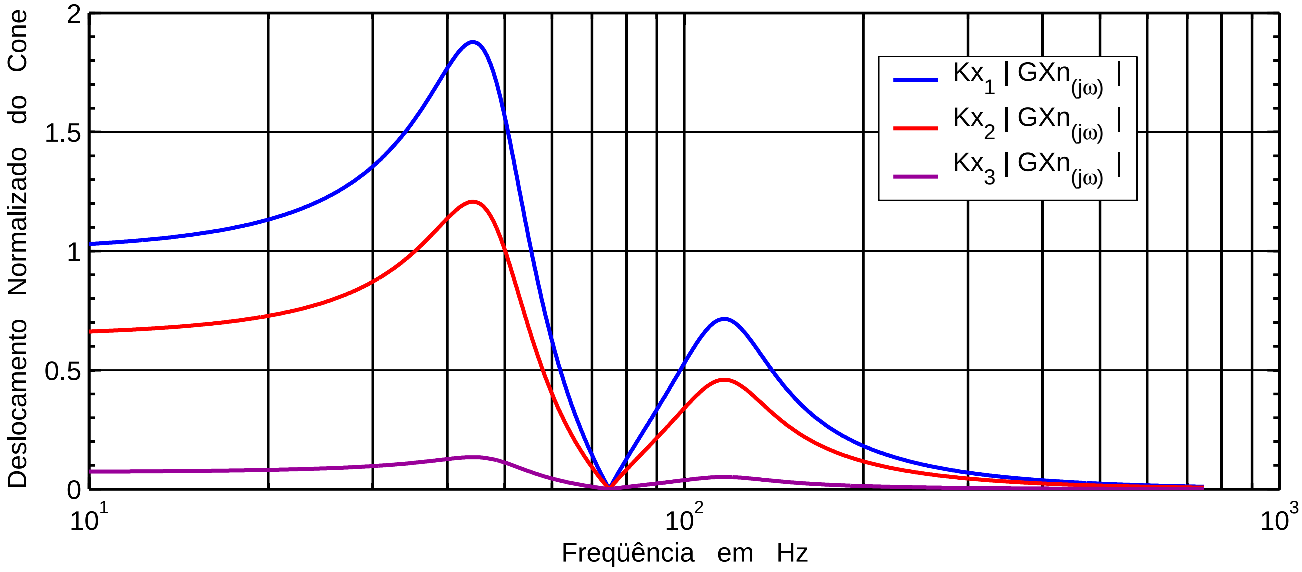


Fig. 31 - $Kx_1 = 1$; $Kx_2 = 60 / 74,83 = 0,64$; $Kx_3 = 20 / 74,83 = 0,07$

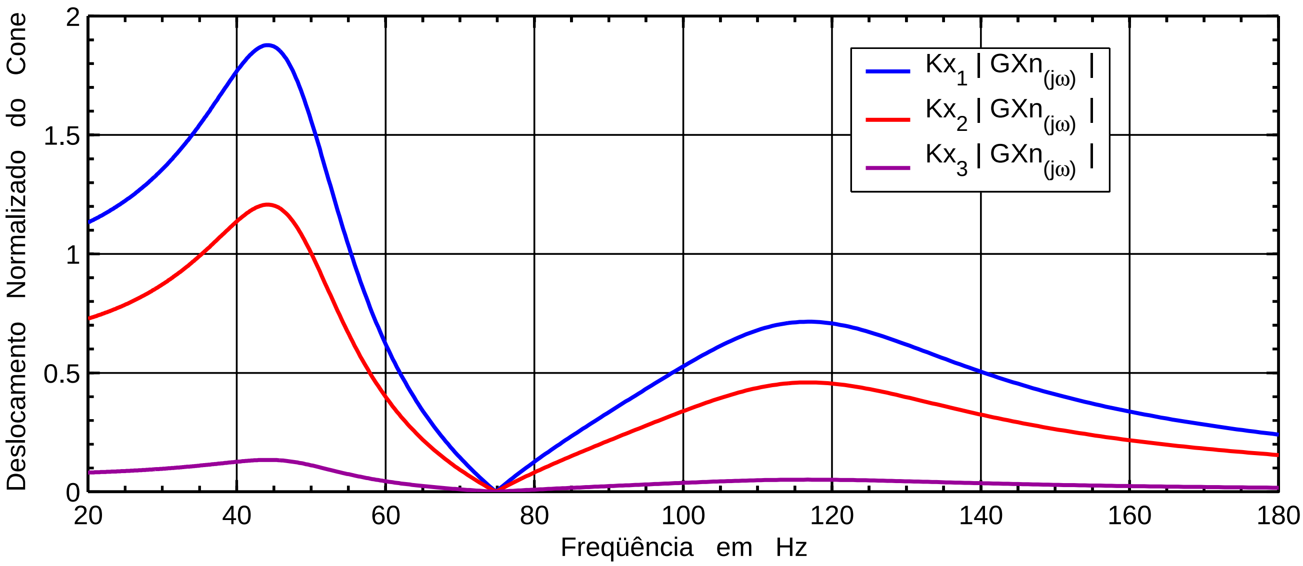


Fig. 32 - $Kx_1 = 1$; $Kx_2 = 60 / 74,83 = 0,64$; $Kx_3 = 20 / 74,83 = 0,07$

Respostas do deslocamento do cone, ao degrau, em função de d, para diversos valores de Qtc.

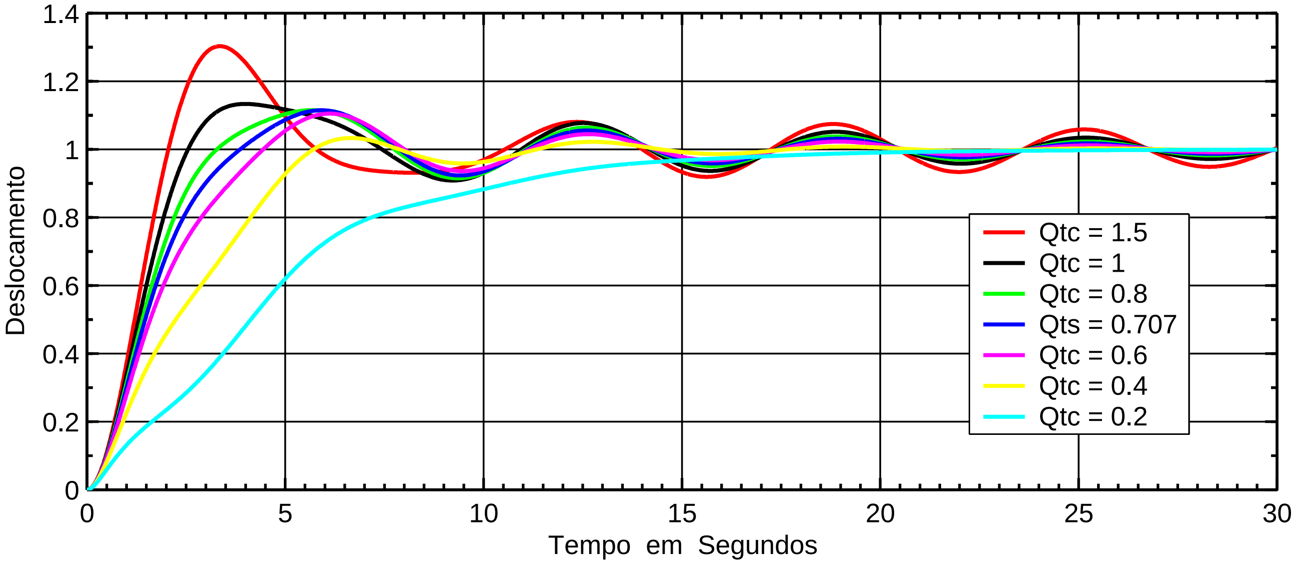


Fig. 33 - d = 1,5

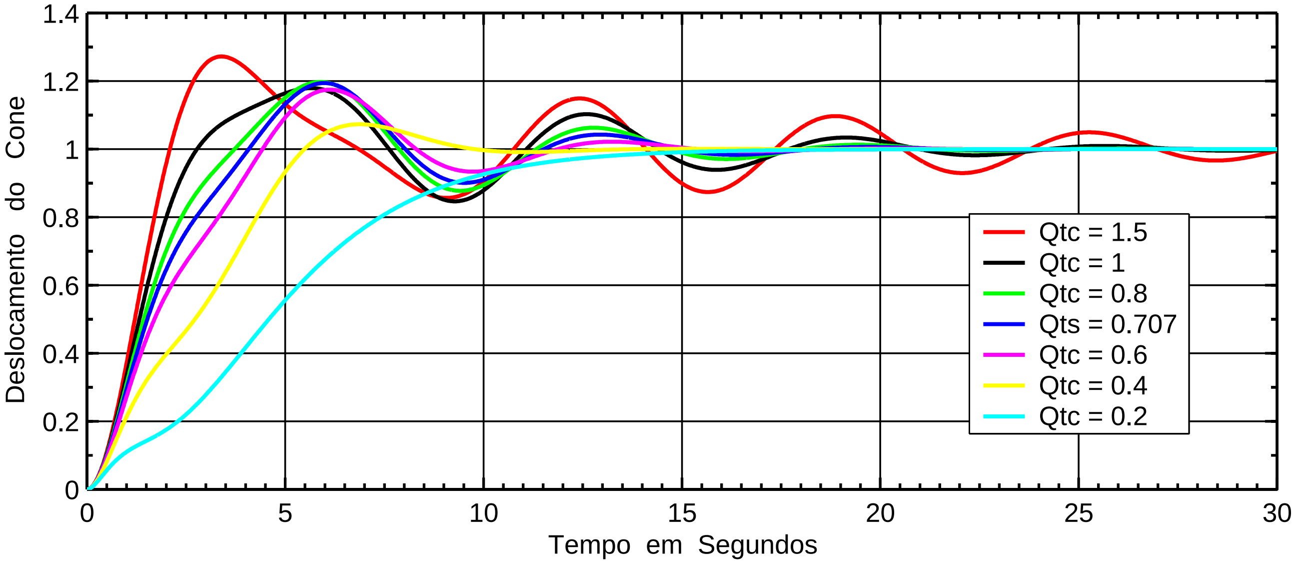


Fig. 34 - d = 1,0

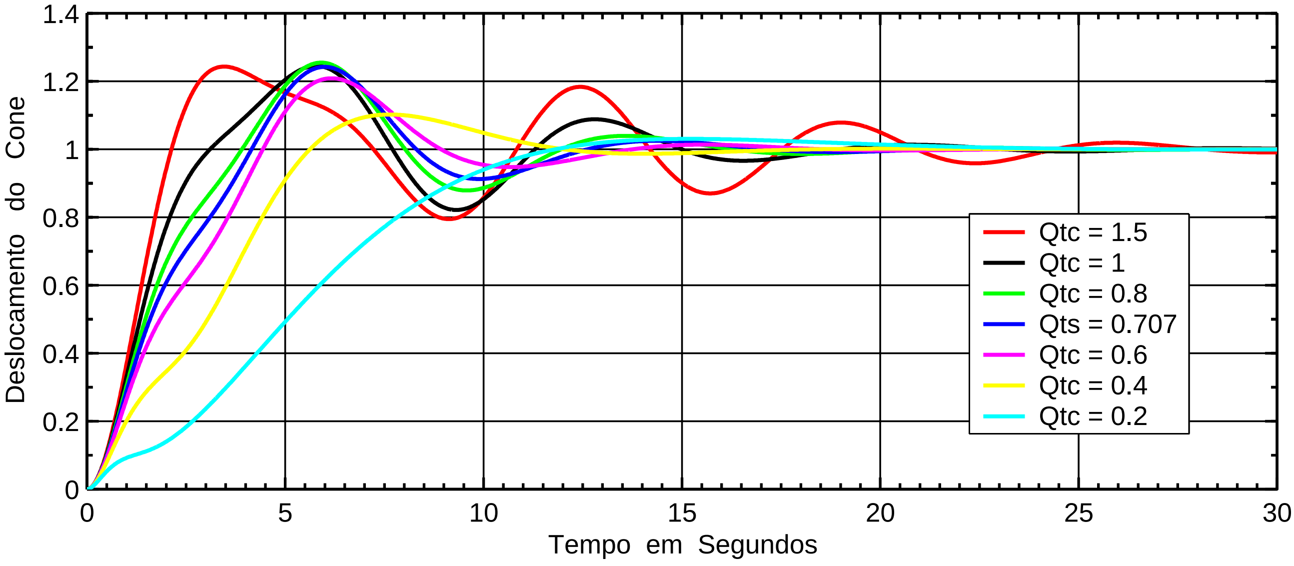


Fig. 35 - d = 0,8

Respostas do deslocamento do cone, ao degrau, em função de d, para diversos valores de Qtc.

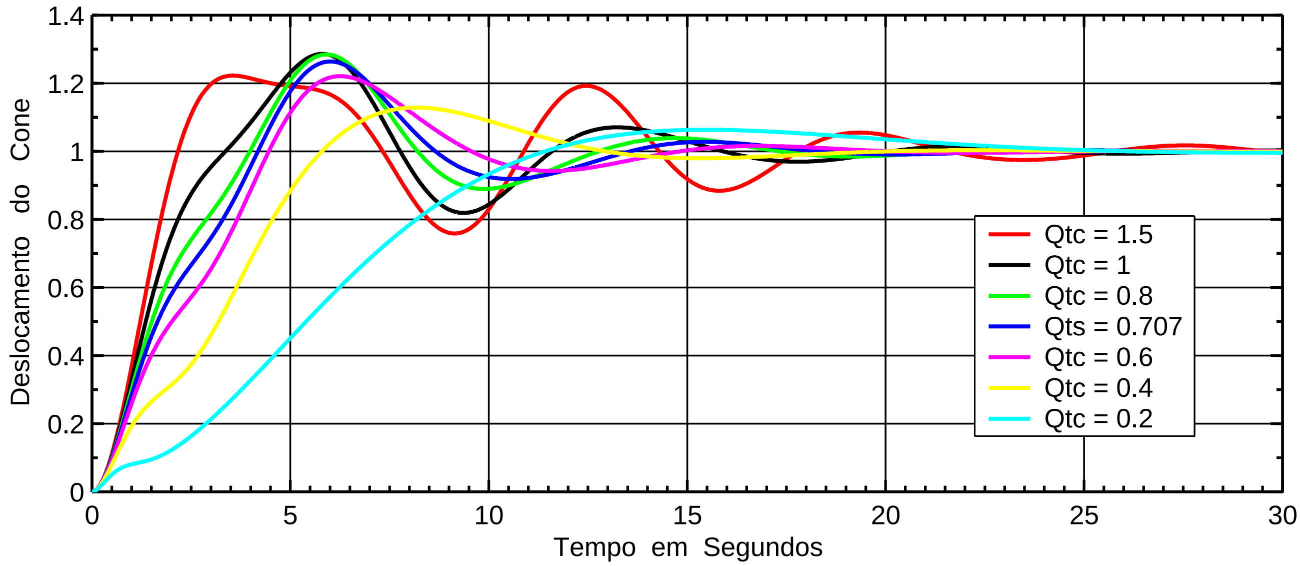


Fig. 36 - d = 0,707

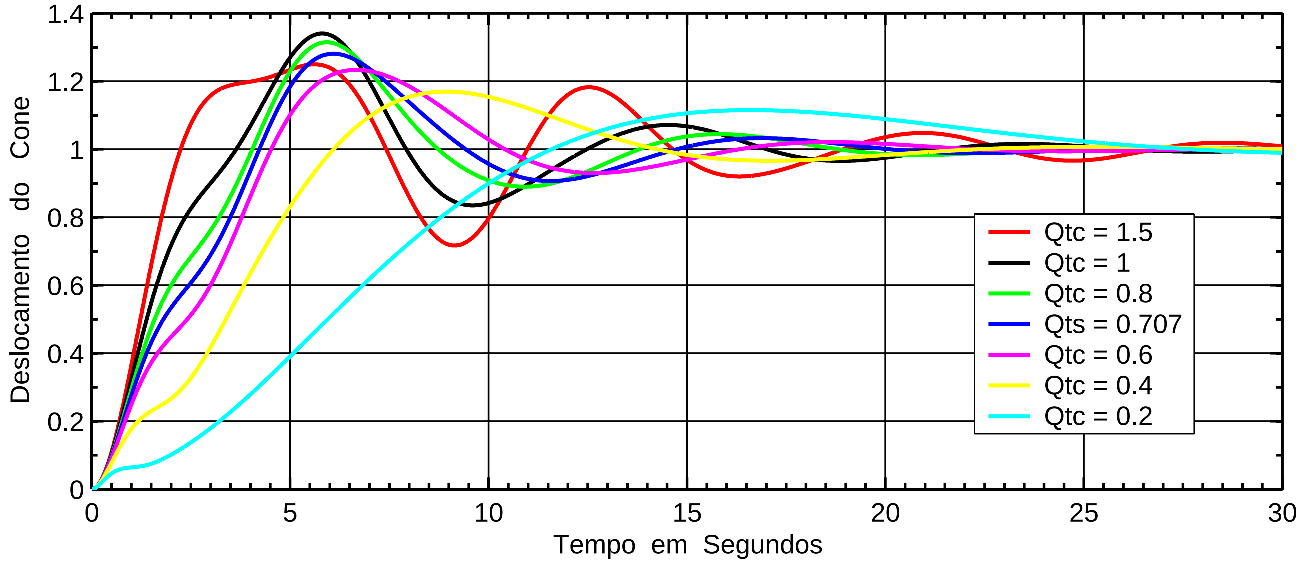


Fig. 37 - d = 0,6

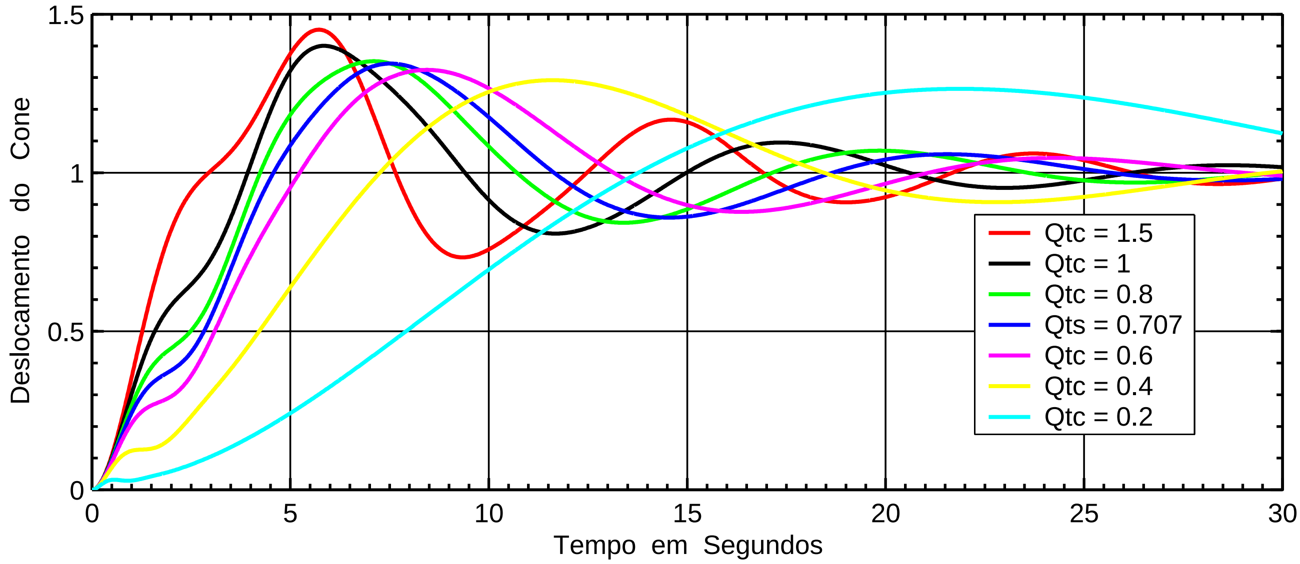


Fig. 38 - d = 0,4

Exemplos

Exemplo 1

Projetar um sistema BP, com resposta Butterworth e freqüências de corte em 20 e 40 Hz.

No caso de uma resposta Butterworth (a mais plana possível), R = 0 dB e d = 0,707. Nas Figs. 39 e 40 temos as Curvas de Resposta obtidas.

Devemos ressaltar que essa solução não é única, uma vez que a relação Fs/Qts pode ser satisfeita por uma infinidade de valores.

Como a resposta é Butterworth, $F_2 = F_H$ e $F_1 = F_L$

$$F_C^2 = F_L \cdot F_H \quad \therefore \quad F_C = \sqrt{F_L \cdot F_H} \quad \therefore \quad F_C = \sqrt{20 \cdot 40} = 20 \cdot \sqrt{2} = 28,28 \ \text{Hz}$$

$$B = \frac{F_2 - F_1}{F_C} = \frac{F_H - F_L}{F_C} = \frac{40 - 20}{20 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$PA = -40 \cdot \text{Log}(B) = -40 \cdot \text{Log}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 6 \ \text{dB}$$

$$Qtc = \frac{1}{2 \cdot d \cdot B} = \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 1$$

$$\frac{F_C}{Qtc} = \frac{Fs}{Qts} = \frac{20 \cdot \sqrt{2}}{1} = 20 \cdot \sqrt{2}$$

Arbitrando Fs = 22 Hz, teremos $Qts = \dfrac{22}{20 \cdot \sqrt{2}} = 0,778$. Arbitrando Vas = 100 litros, vem:

$$F_C = Fs \cdot \sqrt{1 + \alpha} \quad \therefore \quad \alpha = \left(\frac{F_C}{Fs}\right)^2 - 1 \quad \therefore \quad \alpha = \left(\frac{20 \cdot \sqrt{2}}{22}\right)^2 - 1 = 0,6529$$

$$Vb = \frac{Vas}{\alpha} = \frac{100}{0,6529} = 153 \ \ L$$

$$d = \frac{1}{2 \cdot Qts \cdot \sqrt{\alpha_2}} \quad \therefore \quad \alpha_2 = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot Qts)^2} = \frac{1}{\left(2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,778\right)^2} = 0,8621$$

$$V_{b2} = \frac{Vas}{\alpha_2} = \frac{100}{0{,}8621} = 121 \;\; L$$

Mantendo o Vas igual a 100 litros e supondo Fs = 20 Hz, teremos $Qts = \dfrac{20}{20 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$.

$$\alpha = \left(\frac{20 \cdot \sqrt{2}}{20}\right)^2 - 1 = 1 \qquad ; \qquad Vb = \frac{Vas}{\alpha} = \frac{100}{1} = 100 \;\; L$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot Qts)^2} = \frac{1}{\left(2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 1 \qquad ; \qquad V_{b2} = \frac{Vas}{\alpha_2} = \frac{100}{1} = 100 \;\; L$$

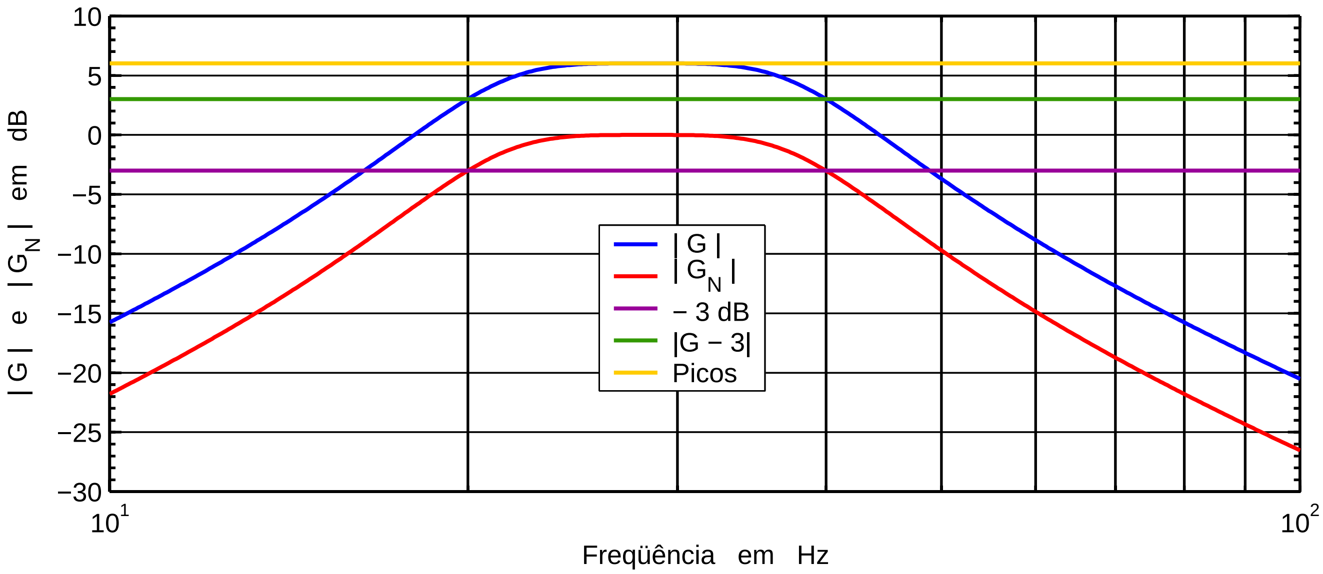


Fig. 39 - Polinômio da resposta e seu correspondente normalizado em amplitude, e os pontos de máximo e de – 3 dB.

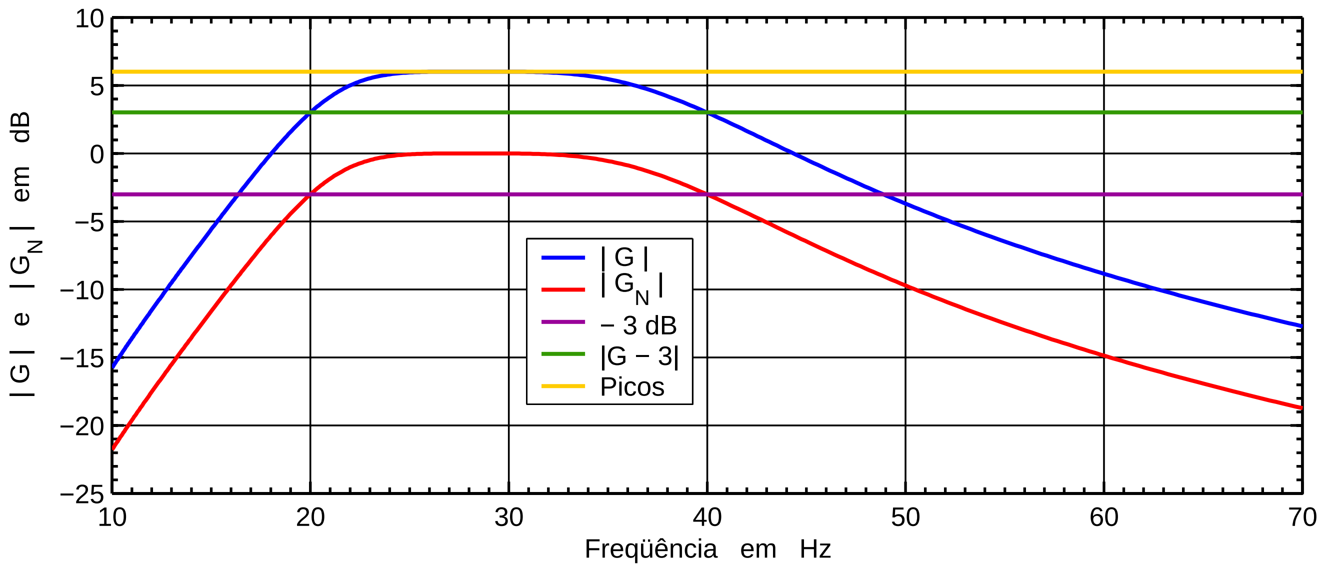


Fig. 40 - Idem, em escala linear.

Exemplo 2

Especificar um falante adequado para um sistema Bandpass com os cortes em 40 Hz e 140 Hz e PA = 0 dB. Na Fig. 6 temos os valores encontrados, correspondentes a um falante com Fs = 60 Hz, Qts = 0,911 e Vas = 100 litros. A Fig. 7 mostra as respectivas curvas de Resposta e do Deslocamento do Cone.
Como esta solução não é única, as Figs. 8 e 9 mostram os resultados correspondentes a um falante com Fs = 40 Hz, Qts = 0,607 e Vas = 100 litros.

Nas Figs. 41 e 42 temos os resultados referentes a um falante com Fs = 20 Hz, Qts = 0,304 e Vas = 100 litros.

$$\mathrm{PA} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B} = 1$$

$$\mathrm{F_C} = \sqrt{\mathrm{F_L} \cdot \mathrm{F_H}} = \sqrt{40 \cdot 140} = 74{,}83 \ \mathrm{Hz}$$

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}}{\mathrm{a} \cdot \mathrm{F_C}} \quad \therefore \quad \mathrm{a} = \frac{\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}}{\mathrm{B} \cdot \mathrm{F_C}} = \frac{140 - 40}{1 \cdot \sqrt{40 \cdot 140}} = 1.336$$

$$\mathrm{a} = \sqrt{\mathrm{c} + \sqrt{\mathrm{c}^2 + 1}} \quad \therefore \quad \mathrm{a}^2 = \mathrm{c} + \sqrt{\mathrm{c}^2 + 1} \quad \therefore \quad \mathrm{a}^2 - \mathrm{c} = \sqrt{\mathrm{c}^2 + 1}$$

$$\left(\mathrm{a}^2 - \mathrm{c}\right)^2 = \mathrm{c}^2 + 1 \quad \therefore \quad \mathrm{a}^4 - 2 \cdot \mathrm{a}^2 \cdot \mathrm{c} + \mathrm{c}^2 = \mathrm{c}^2 + 1 \quad \therefore \quad \mathrm{a}^4 - 2 \cdot \mathrm{a}^2 \cdot \mathrm{c} = 1$$

$$\mathrm{c} = \frac{\mathrm{a}^4 - 1}{2 \cdot \mathrm{a}^2} = \frac{1{,}336^4 - 1}{2 \cdot 1.336^2} = 0{,}6129$$

$$\mathrm{c} = 1 - 2 \cdot \mathrm{d}^2 \quad \therefore \quad \mathrm{d} = \sqrt{\frac{1 - \mathrm{c}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}6129}{2}} = 0{,}440$$

$$\mathrm{Qtc} = \frac{1}{2 \cdot \mathrm{d} \cdot \mathrm{B}} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}44 \cdot 1} = 1{,}136$$

$$\frac{\mathrm{Fs}}{\mathrm{Qts}} = \frac{\mathrm{F_C}}{\mathrm{Qtc}} = \frac{\sqrt{40 \cdot 140}}{1{,}136} = 65{,}85$$

Escolhendo um falante com Fs = 60 Hz e Vas = 100 litros, vem:

$$\mathrm{Qts} = \frac{\mathrm{Fs}}{65{,}85} = \frac{60}{65{,}85} = 0{,}911$$

$$1 + \alpha = \frac{F_C^2}{F_S^2} \quad \therefore \quad \alpha = \frac{Vas}{V_{b1}} = \frac{40 \cdot 140}{60^2} - 1 = 1{,}556 - 1 = 0{,}556$$

$$V_{b1} = \frac{Vas}{\alpha} = \frac{100}{0{,}556} = 180 \ \text{ litros}$$

$$d = \frac{1}{2 \cdot Qts \cdot \sqrt{\alpha_2}} \quad \therefore \quad \alpha_2 = \frac{Vas}{V_{b2}} = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot Qts)^2} = \frac{1}{(2 \cdot 0{,}44 \cdot 0{,}911)^2} = 1{,}556$$

$$V_{b2} = \frac{Vas}{\alpha_2} = \frac{100}{1{,}556} = 64{,}3 \ \text{ litros}$$

Como B = 1, os módulos dos polinômios $G_{(j\omega)}$ e $G_{N_{(j\omega)}}$ coincidem, conforme podemos ver abaixo.

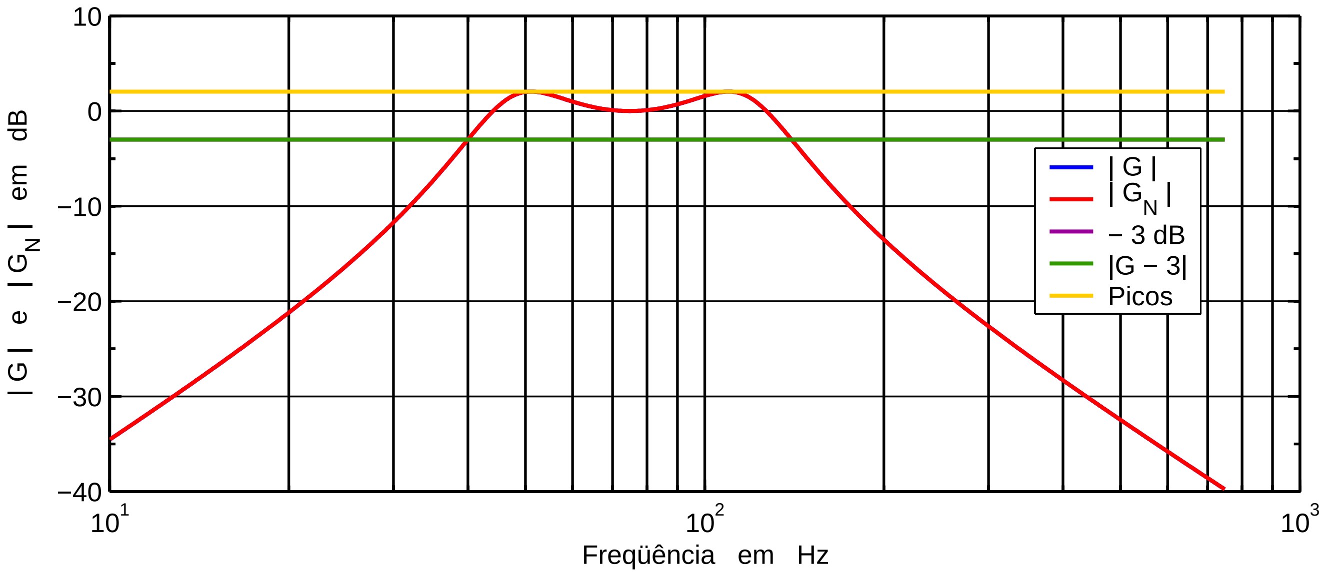


Fig. 41 - Polinômio da resposta e seu correspondente normalizado em amplitude, e os pontos de máximo e de – 3 dB.

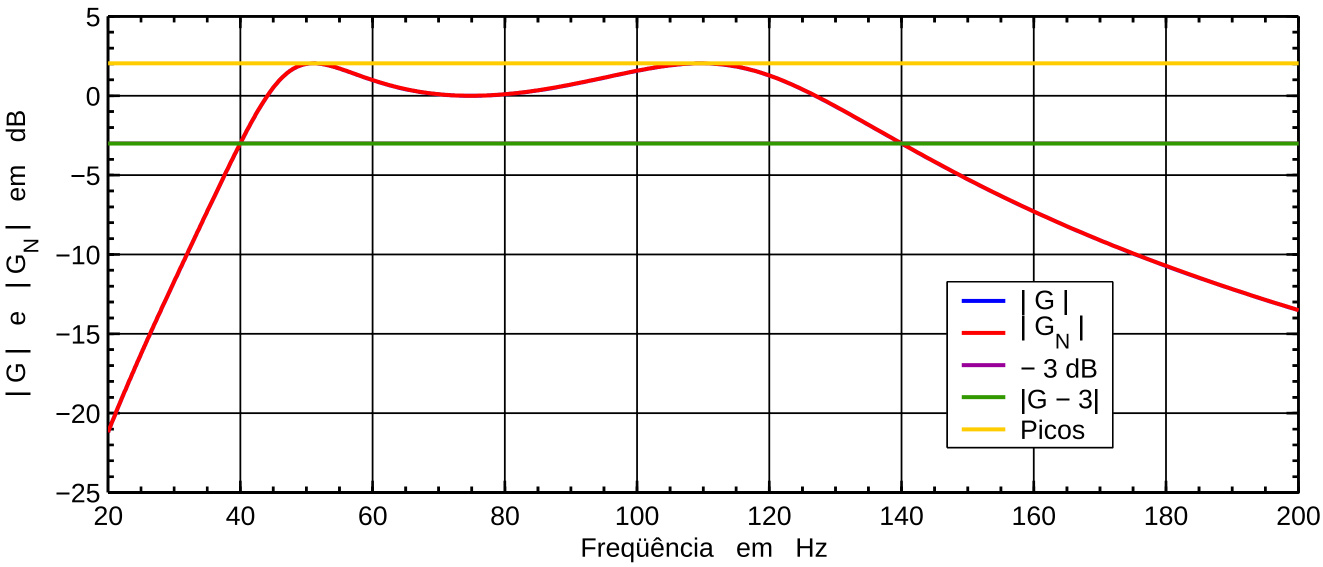


Fig. 42 - Idem, em escala linear.

Exemplo 3

Utilizando um alto-falante com Fs = 40 Hz, Qts = 0,321 e Vas 100 litros, projetar um sistema Bandpass com um fator de amortecimento unitário, estando o corte inferior em 40 Hz.

Como d = 1, então R = 0 dB. Neste caso, a solução é única, estando os resultados mostrados nas Figs. 43 e 44.

$$F_C = Fs \cdot \sqrt{1 + \alpha} \qquad \alpha_T = \frac{Vas}{V_{B2} \cdot (1 + \alpha)} = B^2 \qquad F_C^2 = F_1 \cdot F_2 = F_L \cdot F_H$$

$$\frac{1}{Qtc} = 2 \cdot d \cdot B \quad \therefore \quad B = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qtc}$$

$$d = \frac{1}{2 \cdot Qts \cdot \sqrt{\alpha_2}} \quad \therefore \quad \alpha_2 = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot Qts)^2} = \frac{Vas}{V_{b2}} \quad \therefore \quad V_{b2} = (2 \cdot d \cdot Qts)^2 \cdot Vas$$

$$V_{b2} = (2 \cdot d \cdot Qts)^2 \cdot Vas = (2 \cdot 1 \cdot 0{,}321)^2 \cdot 100 = 41{,}2 \text{ L}$$

$$c = 1 - 2 \cdot d^2 = 1 - 2 \cdot 1^2 = -1$$

$$a = \sqrt{-1 + \sqrt{(-1)^2 + 1}} = \sqrt{-1 + \sqrt{1 + 1}} = \sqrt{-1 + 1{,}414} = \sqrt{0{,}414} = 0{,}6236$$

$$b = \frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc} = \frac{\sqrt{0{,}414}}{4 \cdot 1 \cdot Qtc} = \frac{0{,}161}{Qtc}$$

$$\alpha_T = \frac{Vas}{V_{B2} \cdot (1 + \alpha)} = B^2 \quad \therefore \quad \alpha = \frac{Vas}{B^2 \cdot V_{B2}} - 1 = \frac{Vas}{V_{b1}}$$

$$F_{H,L} = F_C \cdot \left[\pm \frac{0{,}161}{Qtc} + \sqrt{\left(\frac{0{,}161}{Qtc}\right)^2 + 1} \right] \quad ; \quad \frac{F_{H,L}}{F_C} = \pm \frac{0{,}161}{Qtc} + \sqrt{\left(\frac{0{,}161}{Qtc}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_{H,L}}{F_C} \mp \frac{0{,}161}{Qtc} = + \sqrt{\left(\frac{0{,}161}{Qtc}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \left(\frac{F_{H,L}}{F_C} \mp \frac{0{,}161}{Qtc}\right)^2 = \left(\frac{0{,}161}{Qtc}\right)^2 + 1$$

$$\frac{F_{H,L}^2}{F_C^2} \mp 2 \cdot \frac{F_{H,L}}{F_C} \cdot \frac{0{,}161}{Qtc} + \frac{0{,}161^2}{Qtc^2} = \frac{0{,}161^2}{Qtc^2} + 1 \quad ; \quad \frac{F_{H,L}^2}{F_C^2} \mp \frac{F_{H,L}}{F_C} \cdot \frac{0{,}322}{Qtc} - 1 = 0$$

$$\frac{F_{H,L}}{F_C} = \pm \frac{0,161}{Qtc} \pm \sqrt{\left(\frac{0,161}{Qtc}\right)^2 + 1}$$

Para resultados positivos, $\frac{F_{H,L}}{F_C} = \pm \frac{0,161}{Qtc} + \sqrt{\left(\frac{0,161}{Qtc}\right)^2 + 1}$

$$\frac{F_H}{F_C} = + \frac{0,161}{Qtc} + \sqrt{\left(\frac{0,161}{Qtc}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_L}{F_C} = - \frac{0,161}{Qtc} + \sqrt{\left(\frac{0,161}{Qtc}\right)^2 + 1}$$

$$F_L = -0,161 \cdot \frac{F_C}{Qtc} + \sqrt{\left(0,161 \cdot \frac{F_C}{Qtc}\right)^2 + F_C^2} \qquad \text{pois} \quad \frac{F_C}{Qtc} = \frac{F_S}{Qts}$$

$$\left(F_L + 0,161 \cdot \frac{F_S}{Qts}\right)^2 = \left(0,161 \cdot \frac{F_S}{Qts}\right)^2 + F_C^2$$

$$\left(40 + 0,161 \cdot \frac{40}{0.321}\right)^2 = \left(0,161 \cdot \frac{40}{0.321}\right)^2 + F_C^2$$

$$(40 + 20)^2 = (20)^2 + F_C^2 \quad \therefore \quad F_C^2 = 3600 - 400 = 3200 \quad \therefore \quad F_C = \sqrt{3200} = 40 \cdot \sqrt{2} \ \text{Hz}$$

$$F_H = 0,161 \cdot \frac{F_C}{Qtc} + \sqrt{\left(0,161 \cdot \frac{F_C}{Qtc}\right)^2 + F_C^2} \quad ; \quad F_H = 0,161 \cdot \frac{F_S}{Qts} + \sqrt{\left(0,161 \cdot \frac{F_S}{Qts}\right)^2 + F_C^2}$$

$$F_H = 0,161 \cdot \frac{40}{0,321} + \sqrt{\left(0,161 \cdot \frac{40}{0,321}\right)^2 + \left(40 \cdot \sqrt{2}\right)^2}$$

$$F_H = 20 + \sqrt{(20)^2 + \left(40 \cdot \sqrt{2}\right)^2} = 20 + \sqrt{400 + 3200} = 20 + 60 = 80 \ \text{Hz}$$

$$\alpha = \left(\frac{F_C}{Fs}\right)^2 - 1 = \left(\frac{40 \cdot \sqrt{2}}{40}\right)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$V_{b1} = \frac{Vas}{\alpha} = \frac{100}{1} = 100 \;\; L$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{(2 \cdot d \cdot Qts)^2} = \frac{Vas}{V_{b2}} \quad \therefore \quad V_{b2} = (2 \cdot d \cdot Qts)^2 \cdot Vas = (2 \cdot 1 \cdot 0,321)^2 \cdot 100 = 41,2 \;\; L$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qtc} = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qts \cdot \sqrt{1 + \alpha}} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 0,321 \cdot \sqrt{1 + 1}} = 1,101$$

$$Pa = -40 \cdot Log(B) = -40 \cdot Log(1,101) = -1,7 \;\; dB$$

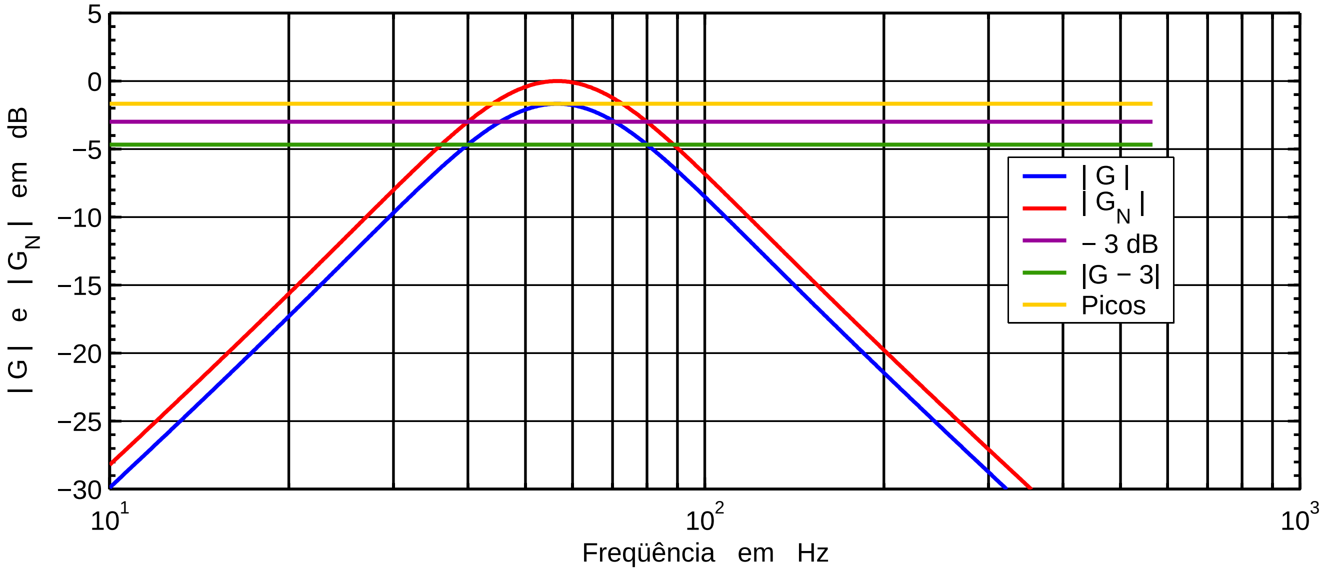


Fig. 43 - Polinômio da resposta e seu correspondente normalizado em amplitude, e os pontos de máximo e de – 3 dB.

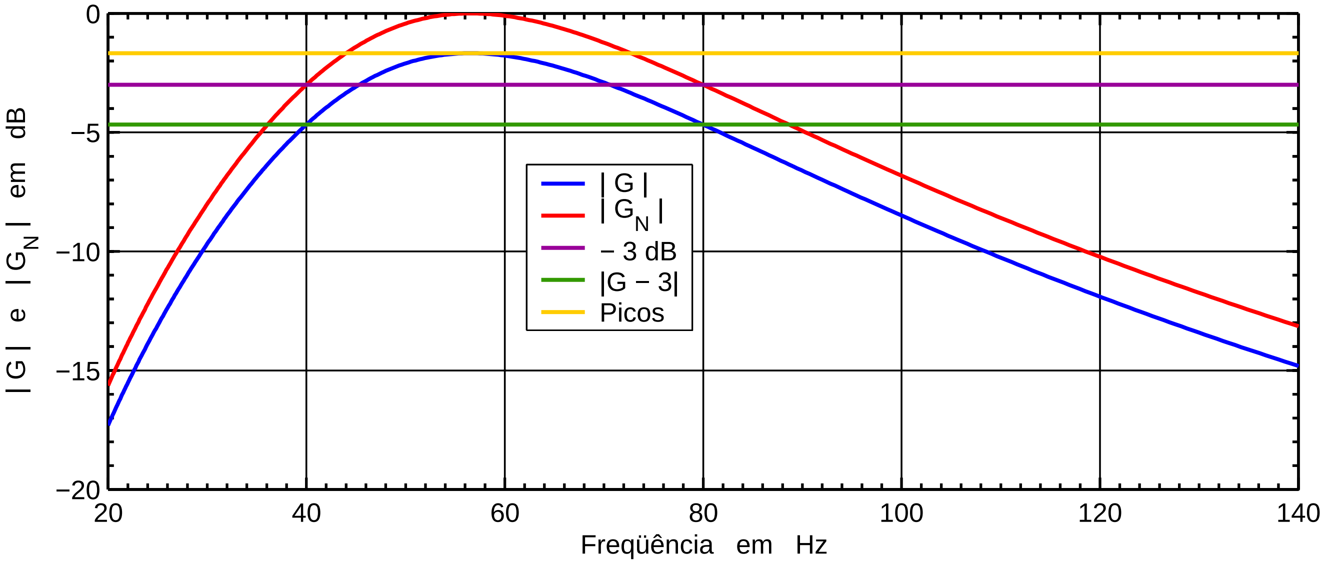


Fig. 44 - Idem, em escala linear.

O Lado Elétrico

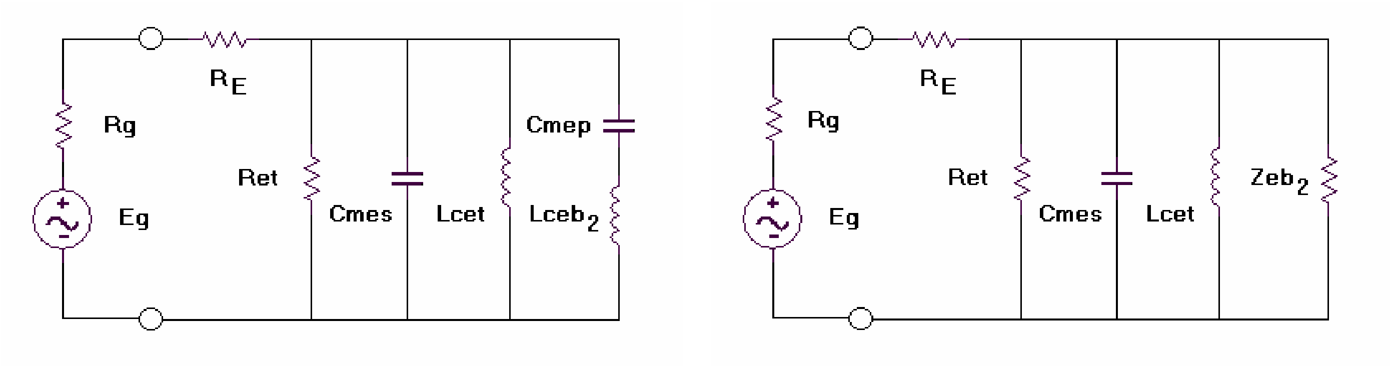


Fig. 45 - Circuito equivalente visto pelo lado elétrico.

$$\mathrm{Ret} = \frac{(\beta L)^2}{Sd^2 \cdot (Ras + Rab_1)} \qquad ; \qquad \omega_b^2 = \frac{1}{Lceb_2 \cdot Cmep}$$

$$Zeb_2 = s \cdot Lceb_2 + \frac{1}{s \cdot Cmep} = \frac{s^2 \cdot Lceb_2 \cdot Cmep + 1}{s \cdot Cmep} = \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}{s \cdot Cmep}$$

$$Z_E = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{Ret}} + s \cdot Cmes + \frac{1}{s \cdot Lcet} + \frac{1}{Zeb_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{Ret}} + s \cdot Cmes + \frac{1}{s \cdot Lcet} + \frac{s \cdot Cmep}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$Z_E = \frac{s \cdot Lcet}{s \cdot \frac{Lcet}{\mathrm{Ret}} + s^2 \cdot Lcet \cdot Cmes + 1 + s^2 \cdot \frac{Lcet \cdot Cmep}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{\omega_C \cdot Lcet}{\mathrm{Ret}}}{s^2 \cdot Lcet \cdot Cmes + s \cdot \frac{Lcet}{\mathrm{Ret}} + 1 + s^2 \cdot \frac{Lcet \cdot Cmep}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$\omega_C^2 = \frac{1}{Lcet \cdot Cmes} \qquad ; \qquad \frac{1}{Qtc} = \frac{\omega_C \cdot Lcet}{\mathrm{Ret}}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{\omega_C \cdot Lcet}{\mathrm{Ret}}}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{\omega_C \cdot Lcet}{\mathrm{Ret}} + 1 + s^2 \cdot \frac{Lcet \cdot Cmep}{\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1}}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}}{\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1+s^2\cdot\frac{Lcet\cdot Cmep}{\frac{s^2}{\omega_b^2}+1}}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{1}{Qtc}\cdot\frac{s}{\omega_C}\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1\right)+s^2\cdot Lcet\cdot Cmep}$$

$$\omega_b^2 = \frac{1}{Lceb_2\cdot Cmep} \quad\therefore\quad Cmep = \frac{1}{\omega_b^2\cdot Lceb_2}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{1}{Qtc}\cdot\frac{s}{\omega_C}\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1\right)+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot\frac{Lcet}{Lceb_2}}$$

$$\frac{Lcet}{Lceb_2} = \frac{Cat}{Cab_2} = \frac{Cas}{Cab_2}\cdot\frac{1}{1+\alpha} = \frac{\alpha_2}{1+\alpha} = B^2$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{1}{Qtc}\cdot\frac{s}{\omega_C}\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1\right)+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot B^2}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{1}{Qtc}\cdot\frac{s}{\omega_C}\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)}{\left(\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3}{\omega_b^2\cdot\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+\frac{s^2}{\omega_b^2}+\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1\right)+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot B^2}$$

$$Z_E = \mathrm{Ret}\cdot\frac{\frac{1}{Qtc}\cdot\frac{s}{\omega_C}\cdot\left(\frac{s^2}{\omega_b^2}+1\right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\frac{s^3}{\omega_b^2\cdot\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+\frac{s^2}{\omega_b^2}+\frac{s^2}{\omega_b^2}\cdot B^2+\frac{s^2}{\omega_C^2}+\frac{s}{\omega_C}\cdot\frac{1}{Qtc}+1}$$

$$Z_E = Ret \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + \frac{s^2}{\omega_b^2} \cdot \left(1 + B^2\right) + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

$$Z_E = Ret \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + s^2 \cdot \left(\frac{1 + B^2}{\omega_b^2} + \frac{1}{\omega_C^2} \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

$$Z_{VC} = Rg + R_E + Z_E$$

$$Z_{VC} = Rg + R_E + Ret \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + s^2 \cdot \left(\frac{1 + B^2}{\omega_b^2} + \frac{1}{\omega_C^2} \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

Para uma resposta simétrica, $\omega_C = \omega_b$

$$Z_{VC} = Rg + R_E + Ret \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot \frac{1}{Qtc} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

Como $\frac{1}{Qtc} = 2 \cdot d \cdot B$, vem:

$$Z_{VC} = Rg + R_E + Ret \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

Se Rab_1 for desprezível, $Ret \simeq Res$

$$Z_{VC} = Rg + R_E + Res \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

Desprezando Rg, vem:

$$Z_{VC} = R_E + Res \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \left[1 + \frac{Res}{R_E} \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1} \right]$$

$$\frac{Res}{R_E} = \frac{Qms}{Qes} \quad ; \quad \frac{R_E + Res}{R_E} = \frac{Qms}{Qts}$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \left[1 + \frac{Qms}{Qes} \cdot \frac{\frac{1}{Qtc} \cdot \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1} \right]$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \left[1 + \frac{\frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right) \cdot \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1} \right]$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \left[\frac{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1 + \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1 \right) \cdot \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1} \right]$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \frac{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right) + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right) + 1}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot GZ_{VC}$$

$$GZvc_{(j\omega)} = \frac{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - j\cdot\frac{\omega^3}{\omega_C^3}\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right) - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + j\cdot\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right) + 1}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - j\cdot\frac{\omega^3}{\omega_C^3}\cdot 2\cdot d\cdot B - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + j\cdot\frac{\omega}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B + 1}$$

$$GZvc_{(j\omega)} = \frac{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1 + j\cdot\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1 + j\cdot\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\cdot 2\cdot d\cdot B}$$

$$|\,GZvc_{(j\omega)}\,|^2 = \frac{\left[\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1\right]^2 + \left[\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)\right]^2}{\left[\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1\right]^2 + \left[\frac{\omega}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\right]^2}$$

$$\Theta_{(j\omega)} = tg^{-1}\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1}\right] - tg^{-1}\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C}\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right)\cdot 2\cdot d\cdot B}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1}\right]$$

Normalizando em Relação à Fc

$$Z_{VC} = R_E\cdot\frac{s_N^4 + s_N^3\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right) + s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + s_N\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right) + 1}{s_N^4 + s_N^3\cdot 2\cdot d\cdot B + s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + s_N\cdot 2\cdot d\cdot B + 1}$$

$$GZvc_{(j\omega_N)} = \frac{s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1 + j\cdot s_N\cdot\left(1 - s_N^2\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)}{s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1 + j\cdot s_N\cdot\left(1 - s_N^2\right)\cdot 2\cdot d\cdot B}$$

$$|\,GZvc_{(j\omega_N)}\,|^2 = \frac{\left[s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1\right]^2 + \left[s_N\cdot\left(1 - s_N^2\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)\right]^2}{\left[s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1\right]^2 + \left[s_N\cdot 2\cdot d\cdot B\cdot\left(1 - s_N^2\right)\right]^2}$$

$$\Theta_{(j\omega_N)} = tg^{-1}\left[\frac{s_N\cdot\left(1 - s_N^2\right)\cdot\left(2\cdot d\cdot B + \frac{Qms}{Qes\cdot Qtc}\right)}{s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1}\right] - tg^{-1}\left[\frac{s_N\cdot\left(1 - s_N^2\right)\cdot 2\cdot d\cdot B}{s_N^4 - s_N^2\cdot\left(B^2 + 2\right) + 1}\right]$$

Band pass simétrica, onde: d = 0,44 ; B = 1 ; Qtc = 1,136 ; Fc = 74,83 Hz ; Qts = 0,911 e Fs = 60 Hz

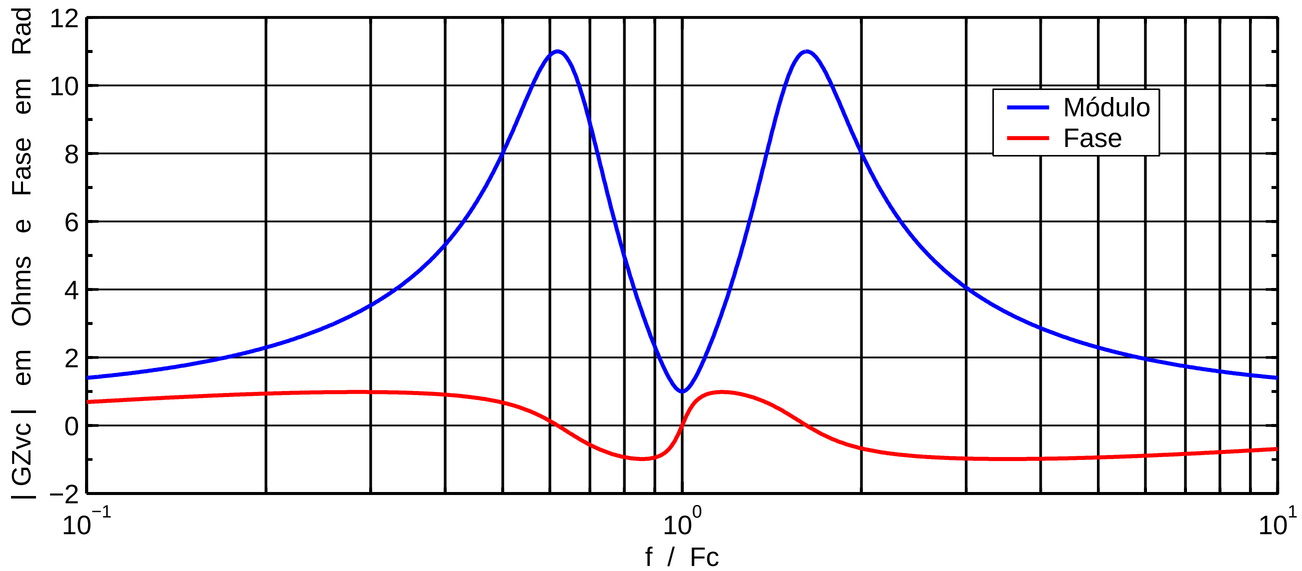


Fig. 46 - Módulo de GZvc e fase em radianos, normalizados em relação à Fc.

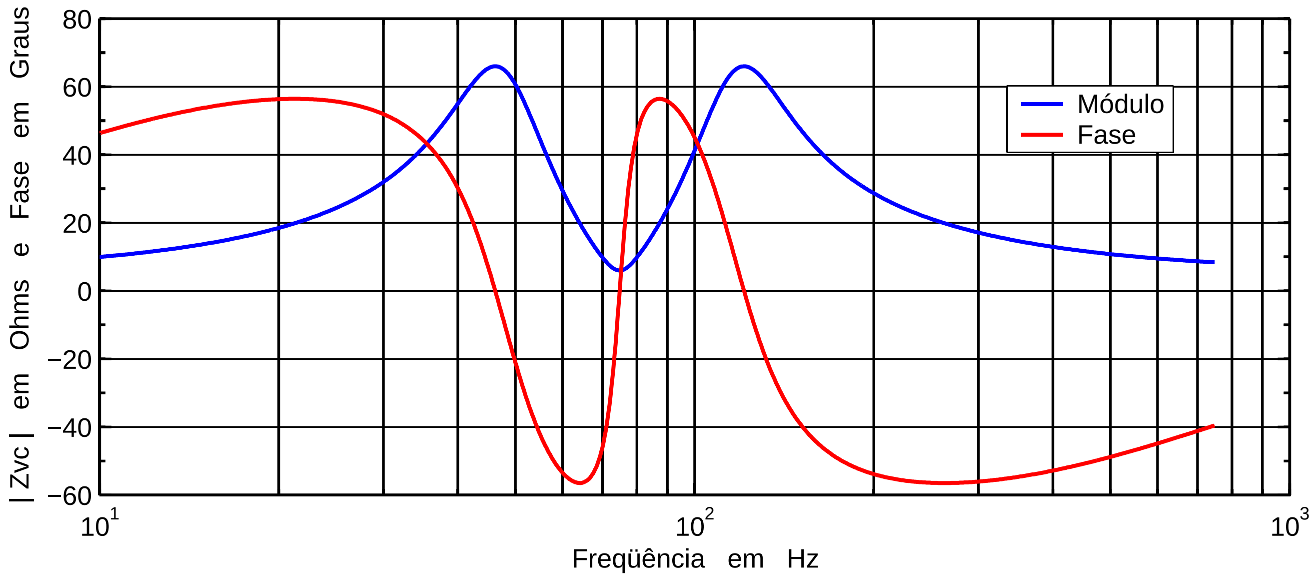


Fig. 47 - Módulo de Zvc e fase em graus em função da freqüência.

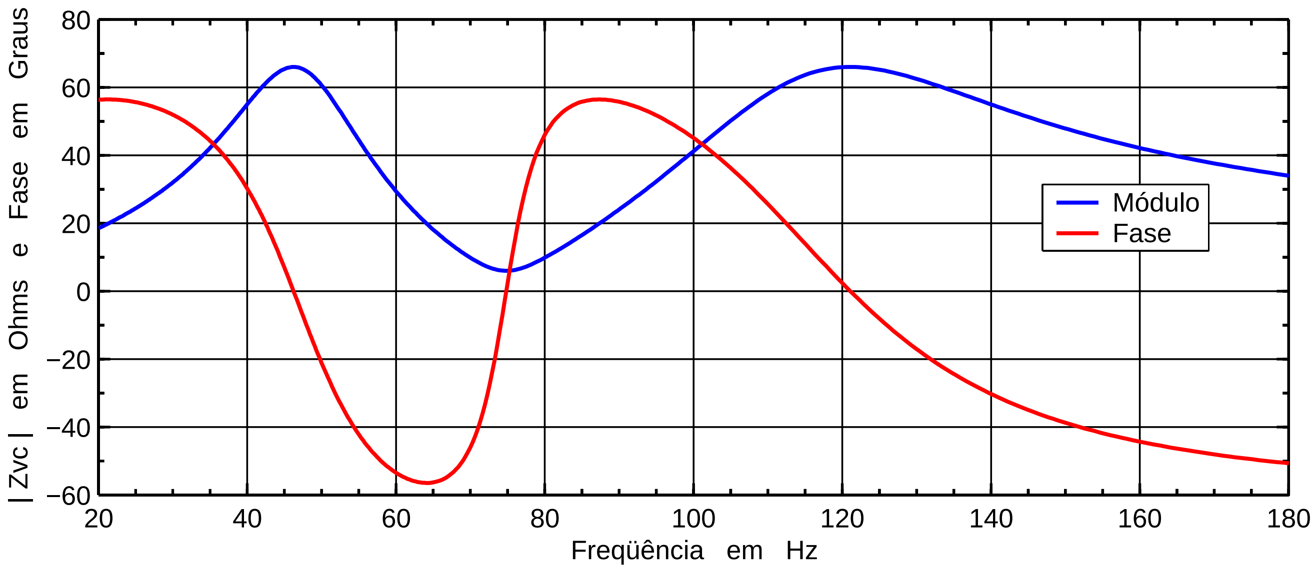


Fig. 48 - Módulo de Zvc e fase em graus em função da freqüência, escala linear.

Eficiência

A proposta de Thiele e Small

A eficiência de um alto-falante, ou caixa acústica, é definida como sendo o cociente entre a potência acústica obtida e a potência elétrica aplicada:

$$\eta = \frac{W_A}{W_E}$$

onde a potência acústica é aquela dissipada na componente resistiva da impedância de radiação Rar, sendo esta, aproximadamente, dada por:

$$Rar = \frac{\rho \cdot \omega^2}{2\pi \cdot C}$$

Então, $W_A = Rar \cdot \left| Up_{(S)} \right|^2$, pois, no caso de uma band pass de quarta ordem, a velocidade volumétrica é aquela no duto.

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + \frac{s^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + s^2 \cdot \left[\frac{1}{\omega_b^2} \cdot \left(1 + B^2\right) + \frac{1}{\omega_C^2} \right] + \frac{s \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C} + 1}$$

Para uma resposta simétrica:

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C^3} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C} + 1}$$

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{s \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C^3} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C} + 1}$$

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{s \cdot Mms} \cdot \frac{s_N^2}{s_N^4 + s_N^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B + s_N^2 \cdot \left(B^2 + 2\right) + s_N \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$G_{(s_N)} = \frac{s_N^2}{s_N^4 + s_N^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B + s_N^2 \cdot \left(B^2 + 2\right) + s_N \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{s \cdot Mms} \cdot G_{(s_N)} = Pg \cdot \frac{Sd^2}{Mms} \cdot \frac{1}{s} \cdot G_{(s_N)}$$

$$\text{Como } Pg = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd} \text{, vem:}$$

$$Up = Eg \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right) \cdot Sd} \cdot \frac{Sd^2}{Mms} \cdot \frac{1}{s} \cdot G_{(S_N)}$$

$$Up = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms} \cdot \frac{1}{s} \cdot G_{(S_N)}$$

$$W_A = Rar \cdot \left|Up_{(S)}\right|^2 = \frac{\rho \cdot \omega^2}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \left|G_{(S_N)}\right|^2$$

$$W_A = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \left(\frac{\omega}{s}\right)^2 \cdot \left|G_{(S_N)}\right|^2$$

$$W_A = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \left|\frac{\omega}{s} \cdot G_{(S_N)}\right|^2$$

$$\left|\frac{\omega}{s} \cdot G_{(S_N)}\right|^2 = \left|\frac{\omega}{j\omega} \cdot G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

$$W_A = Rar \cdot \left|Up_{(S)}\right|^2 = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

Thiele e Small definiram a potência elétrica absorvida pelo falante como sendo aquela dissipada em R_E , que possui um valor aproximadamente igual ao valor da impedância mínima do falante.

Esta simplificação permite a obtenção de uma equação mais fácil de manipular que, embora útil na comparação de falantes, não retrata perfeitamente o fenômeno, uma vez que a potência elétrica absorvida varia com a freqüência.

Assim sendo, devemos considerar a eficiência de referencia como sendo válida nas vizinhanças da impedância nominal.

$$W_E = R_E \cdot \left[\frac{Eg}{Rg + R_E}\right]^2$$

$$\eta_{BP} = \frac{W_A}{W_E} = \frac{\frac{\rho}{2\pi\cdot C}\cdot\left[Eg\cdot\frac{\beta L}{(Rg + R_E)}\cdot\frac{Sd}{Mms}\right]^2}{R_E\cdot\left[\frac{Eg}{Rg + R_E}\right]^2}\cdot\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

$$\eta_{BP} = \frac{\rho}{2\pi\cdot C}\cdot\frac{(\beta L)^2}{R_E}\cdot\left(\frac{Sd}{Mms}\right)^2\cdot\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

$$\eta_O = \frac{\rho}{2\pi\cdot C}\cdot\frac{(\beta L)^2}{R_E}\cdot\left(\frac{Sd}{Mms}\right)^2 = \frac{9,6\cdot 10^{-10}\cdot F_S^3\cdot Vas}{Qes} \qquad (22)$$

$$\eta_{BP} = \eta_O\cdot\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

Calculando a eficiência para $\omega = \omega_C$, ou seja, na freqüência central da banda passante, teremos:

$$\eta_{BP} = \eta_O\cdot\left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \eta_O\cdot\frac{1/B^4}{(2\cdot d\cdot\gamma)^2 + (\gamma^2 - 1)^2}$$

Como $\gamma = 0$ para $\omega = \omega_C$, temos:

$$\eta_{BP} = \frac{\eta_O}{B^4} \qquad (23) \qquad \therefore \qquad \frac{\eta_{BP}}{\eta_O} = \frac{1}{B^4}$$

Assim, podemos dizer que a eficiência de uma caixa band pass, simétrica, de quarta ordem, na freqüência Fc, comparada à eficiência do mesmo alto-falante, instalado em uma caixa tipo radiador direto (fechada, refletor de graves, radiador passivo) será igual a $1/B^4$ (guardadas as devidas ressalvas quanto à aproximação feita na análise).

Outra abordagem

Se calcularmos a potência elétrica como sendo uma função da freqüência, ao invés de considerá-la constante, conforme fizemos anteriormente, teremos um resultado muito mais geral, capaz de mostrar como a eficiência varia com a freqüência.
O resultado obtido antes se torna um caso particular para a freqüência central Fc, como veremos a seguir.

$$Zvc_{(j\omega_N)} = R_E\cdot GZvc_{(j\omega_N)} \qquad \therefore \qquad |\,Zvc_{(j\omega_N)}\,| = R_E\cdot|\,GZvc_{(j\omega_N)}\,|$$

$$W_E = \frac{Eg^2}{\left|Zvc_{(j\omega_N)}\right|} \cdot \cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right) = \frac{Eg^2}{R_E} \cdot \frac{1}{\left|GZvc_{(j\omega_N)}\right|} \cdot \cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right)$$

$$\Theta_{(j\omega_N)} = tg^{-1}\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right) \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc}\right)}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + 1}\right] - tg^{-1}\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2}\right) \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + 1}\right]$$

Desprezando Rg, vem:

$$W_A = Rar \cdot \left|Up_{(S)}\right|^2 = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

$$\eta_{BP} = \frac{W_A}{W_E} = \frac{\frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \left[Eg \cdot \frac{\beta L}{R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}\right]^2 \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2}{\frac{Eg^2}{R_E} \cdot \frac{1}{\left|GZvc_{(j\omega_N)}\right|} \cdot \cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right)}$$

$$\eta_{BP} = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \frac{(\beta L)^2}{R_E} \cdot \left(\frac{Sd}{Mms}\right)^2 \cdot \frac{\left|GZvc_{(j\omega_N)}\right|}{\cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right)} \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

$$\eta_{BP} = \eta_O \cdot \frac{\left|GZvc_{(j\omega_N)}\right|}{\cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right)} \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 \quad \therefore \quad \frac{\eta_{BP}}{\eta_O} = \frac{\left|GZvc_{(j\omega_N)}\right|}{\cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right)} \cdot \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2$$

Em $\omega = \omega_C \quad \Rightarrow \quad \left|GZvc_{(j\omega_N)}\right| = 1 \;;\; \cos\left(\Theta_{(j\omega_N)}\right) = 1 \;;\; \left|G_{(j\omega_N)}\right|^2 = \frac{1}{B^4} \quad \therefore \quad \frac{\eta_{BP}}{\eta_O} = \frac{1}{B^4}$

O resultado acima, confirma aquele encontrado anteriormente, que fica agora reduzido a um caso particular.

As figuras adiante permitem uma visualização cômoda de η_{BP}, em função da freqüência, e de γ.

Band pass simétrica, onde: d = 0,44 ; B = 1 ; Qtc = 1,136 ; Fc = 74,83 Hz ; Qts = 0,911 e Fs = 60 Hz

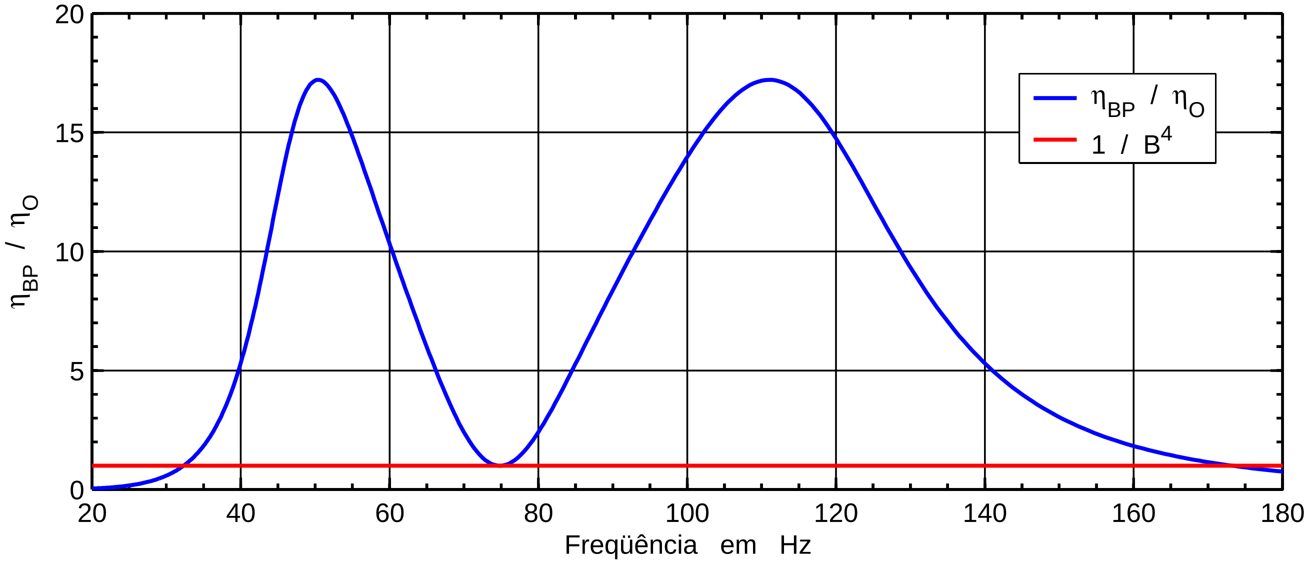


Fig. 49 - Eficiência relativa em função da freqüência e a eficiência em Fc .

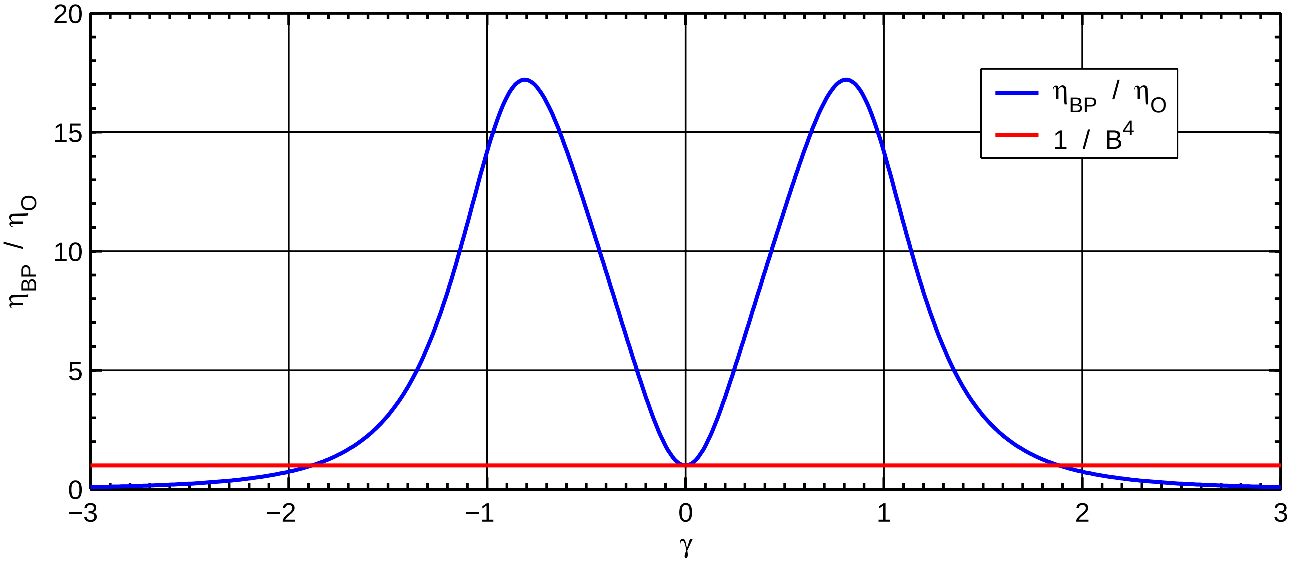


Fig. 50 - Eficiência relativa em função de gama e a eficiência em gama = 0 .

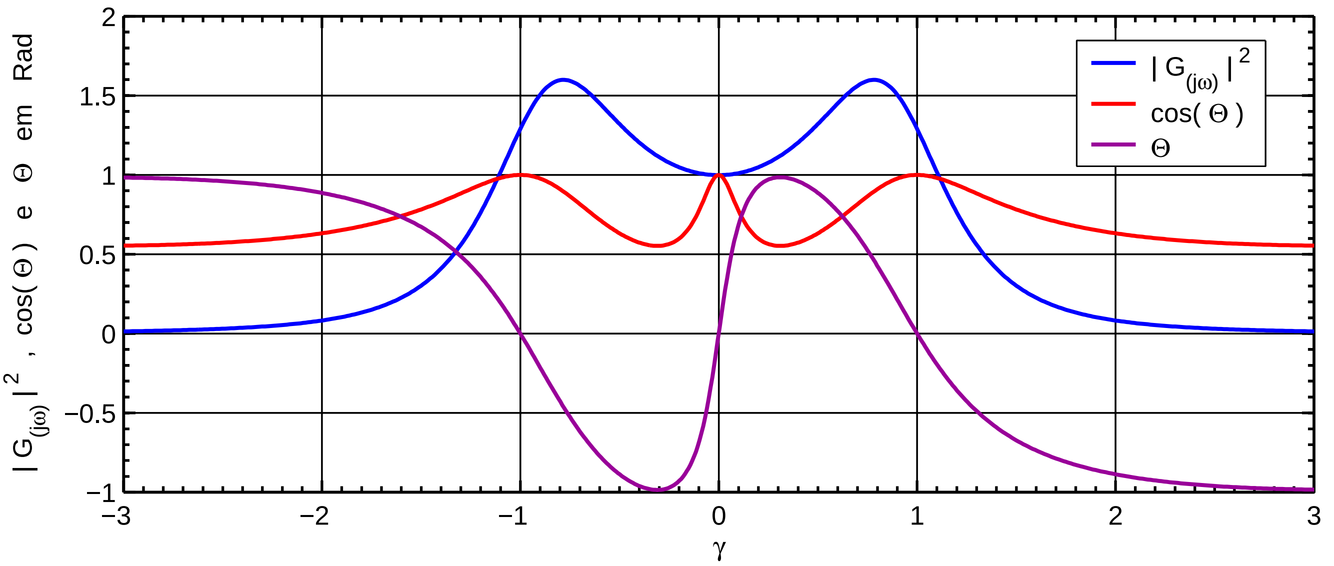


Fig. 51 - Componentes da eficiência.

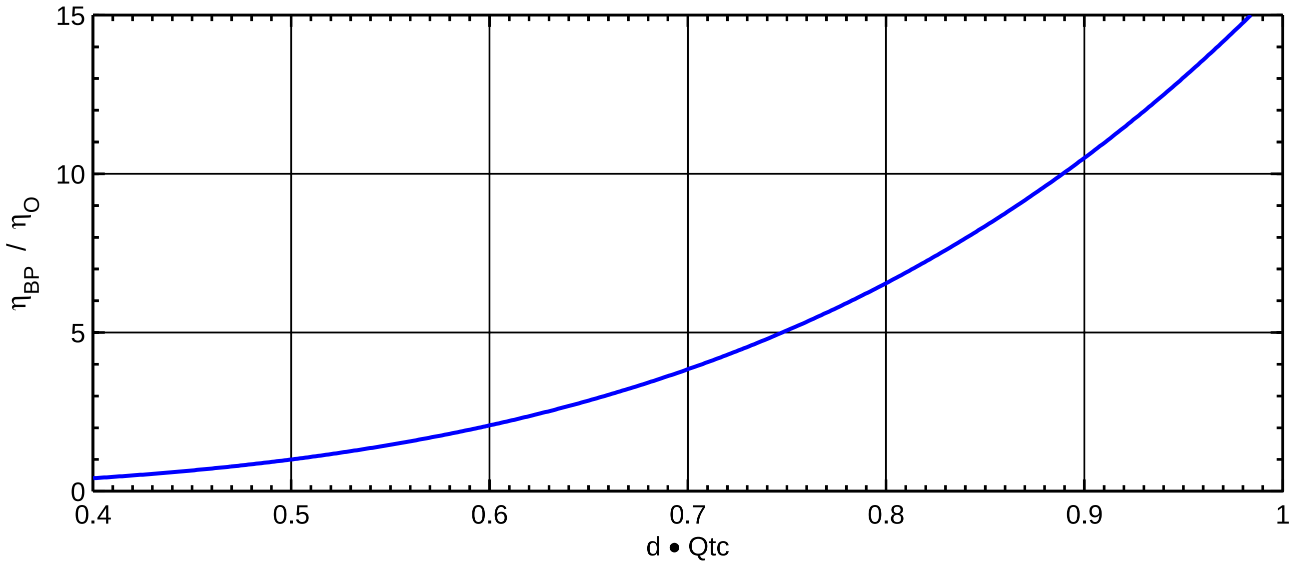


Fig. 52 - Eficiência relativa em função de d•Qtc .

Bibliografia

1 – A Bandpass Loudspeaker Enclosure
L. R. Fincham
Apresentado na 63ª Convenção da AES, maio de 1979

2 – The Third Dimension: Simmetrically Loaded
Jean Margerand
Speaker Builder, 06/1988

3 – Bandpass Loudspeaker Systems
Homero Sette Silva
The Reference, Southern Califórnia Áudio Society, USA, 07/1991

4 – Alto Falantes & Caixas Acústicas Pelo Método de T-S
Homero Sette Silva
H. Sheldon Serviços de Marketing Ltda. , Inverno de 1996

5 – Interface Amplificador Falante em Regime de Alta Potência
Ruy L. B. Monteiro
Apresentado na 4ª Convenção da AES Brasil, em Junho de 2000
Disponível em www.studior.com.br

6 - Curso Selenium – CURSEL
Notas de Aula, versão Junho de 2002
Disponível em www.selenium.com.br

7 - Loudspeakers’ Electric Models for Study of the Efforts in Áudio Power Amplifiers
Bortoni e Silva
Apresentado na 115ª Convenção da AES, outubro de 2003
Disponível em www.selenium.com.br

Exemplo de Projeto

Vamos desenvolver um projeto de caixa band pass, simétrica, de quarta ordem, usando o falante 18SW2P, cuja ficha técnica encontra-se em anexo.
Neste caso, como todos os parâmetros do alto-falante foram especificados, vamos calcular o valor de Fs/Qts:

$$Fs / Qts = 36 / 0{,}42 = 85{,}71$$

A seguir, utilizando as relações abaixo, vamos arbitrar a banda passante que nos interesse e calcular **d**:

Arbitrando $F_H = 80\ \text{Hz}$ e $F_L = 40\ \text{Hz}$, ou seja, uma banda passante igual a uma oitava, vem:

$$\frac{F_H - F_L}{\frac{F_C}{Qtc}} = \frac{F_H - F_L}{\frac{Fs}{Qts}} = \frac{80 - 40}{\frac{36}{0,42}} = 0,4667 = BW_N$$

$$d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{BW_N^2 + 1} + \sqrt{\frac{1}{\left(BW_N^2 + 1\right)^2} + \frac{1}{BW_N^2 \cdot \left(BW_N^2 + 1\right)}}}$$

$$d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,4667^2 + 1} + \sqrt{\frac{1}{\left(0,4667^2 + 1\right)^2} + \frac{1}{0,4667^2 \cdot \left(0,4667^2 + 1\right)}}} = 0,8558$$

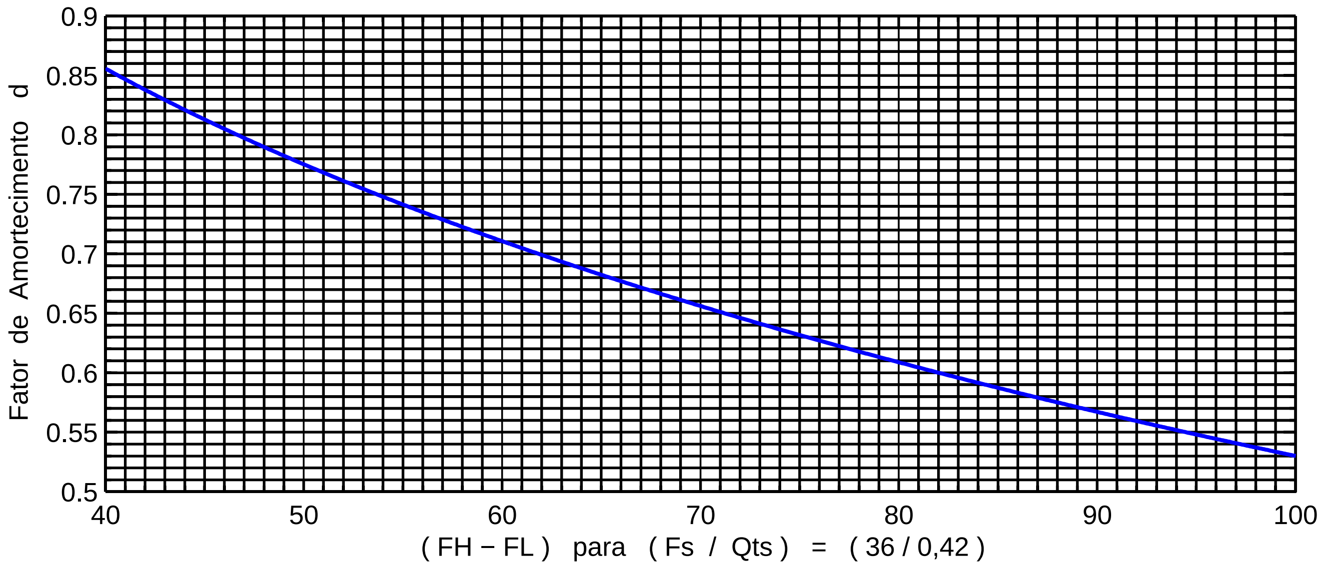


Fig. 53 - Fator de amortecimento, em função da banda passante, para (Fs / Qts) = (36 / 0,42) .

$$Qtc = \frac{Qts}{Fs} \cdot Fc = \quad = \frac{0,42}{36} \cdot 56{,}57 = 0,660$$

$$\mathrm{d} \cdot \mathrm{Qtc} = 0{,}8558 \cdot 0{,}660 = 0{,}5648$$

$$\mathrm{B} = \frac{1}{2 \cdot \mathrm{d} \cdot \mathrm{Qtc}} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}8558 \cdot 0{,}660} = 0{,}8853$$

$$\mathrm{PA} = -40 \cdot \mathrm{Log}(\mathrm{B}) = 2.1167 \quad \mathrm{dB}$$

$$\frac{\eta_{BP}}{\eta_{O}} = \frac{1}{\mathrm{B}^4} = \frac{1}{0.8853^4} = 1{,}6281$$

Repetindo o procedimento acima, para outras bandas passantes de interesse, obtivemos o quadro abaixo, que nos vai permitir escolher a opção mais indicada.

Tabela 2 - **Valores obtidos para Fs / Qts = 36 / 0,42 e diversas bandas passantes**

$F_H - F_L$	F_C	Qtc	d	d·Qtc	R_{dB}	B	PA_{dB}	η_{BP} / η_O
80 – 40	56,57	0,660	0,8558	0,5648	-	0,8853	2,12	1,63
100 – 40	63,25	0,738	0,7107	0,5244	-	0,9535	0,83	1,21
120 – 40	69,28	0,808	0,6088	0,4921	0,30	1,0160	-0,28	0,94
140 – 40	74,83	0,873	0,5301	0,4628	0,93	1,0804	-1,34	0,73

Analisando os valores obtidos, vemos que quanto maior a banda passante $F_H - F_L$, menor o nível de pressão acústica obtido, PA_{dB}. PA = 0 dB (ou B = 1) indica que a caixa band pass possui o mesmo nível que seria obtido com o falante instalado em uma caixa de radiação direta. Por essa razão, escolhemos a banda passante de 100 a 40 Hz, pois sua pressão acústica foi ligeiramente maior que a produzida por um radiador direto.

Valores negativos de PA, ou de B maiores que 1, indicam uma pressão acústica menor aquela produzida pelas caixas de radiação direta.

Das quatro opções analisadas, duas não apresentaram picos na resposta e nas outras duas os picos foram muito pequenos, de modo que o parâmetro R_{dB} não foi decisivo, neste caso, para a escolha da melhor opção.

Obtendo na ficha técnica o valor de Vas, podemos dimensionar as câmaras V_{b1} e V_{b2}.

$$V_{B2} = (2 \cdot \mathrm{d} \cdot \mathrm{Qts})^2 \cdot \mathrm{Vas} = (2 \cdot 0{,}7107 \cdot 0{,}42)^2 \cdot 179 = 63{,}8 \quad \mathrm{L}$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{Vas}}{V_{b1}} = \left(\frac{\mathrm{Fc}}{\mathrm{Fs}}\right)^2 - 1 \quad \therefore \quad V_{b1} = \frac{\mathrm{Vas}}{\left(\frac{\mathrm{Fc}}{\mathrm{Fs}}\right)^2 - 1} = \frac{179}{\left(\frac{63{,}25}{36}\right)^2 - 1} = 85{,}8 \quad \mathrm{L}$$

A sensibilidade estática ao deslocamento, e a constante de deslocamento, podem ser obtidas, conforme abaixo, o que nos vai permitir observar o deslocamento do cone, no gráfico correspondente.

$$\sigma_X = \frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E} = \frac{25,4 \cdot 89,8}{5,6} = 407{,}3 \quad \frac{\mu m}{V} = 0,4073 \quad \frac{mm}{V}$$

$$Kx = \left(\frac{Fs}{Fc}\right)^2 = \left(\frac{36}{63,25}\right)^2 = 0,324$$

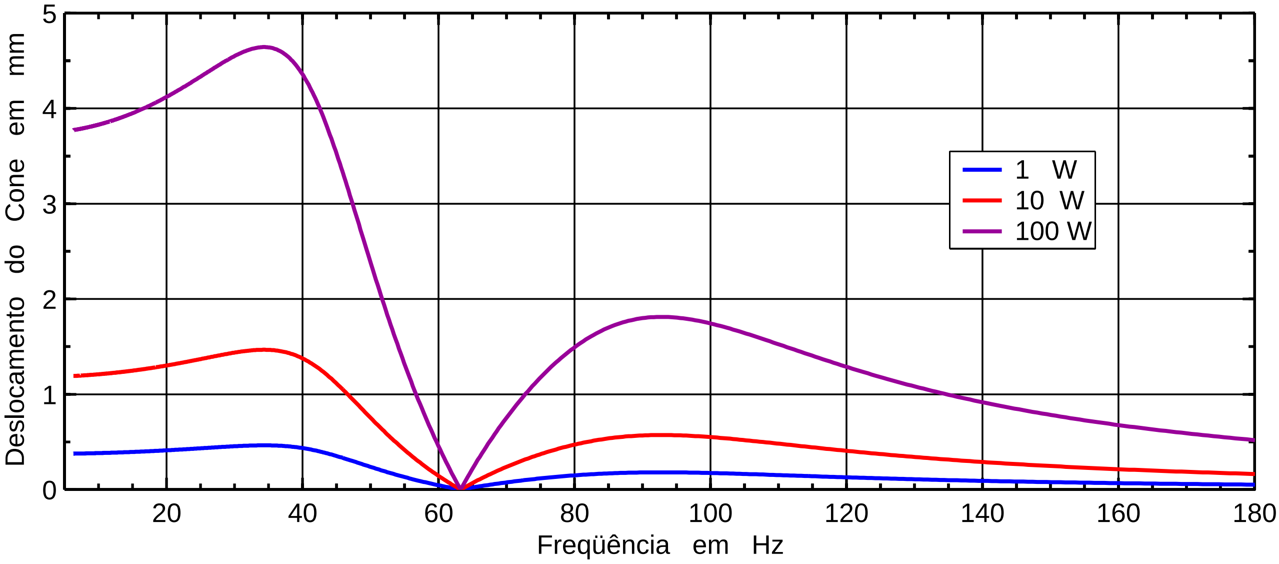


Fig. 54 - Deslocamento do cone do falante, instalado na caixa band pass, para diversas potências.

Tabela 3 - **Parâmetros do Deslocamento do Cone para Diferentes Tipos de Caixas**			
Parâmetro	Caixa Selada	Refletor de Graves	BP 4ª Ordem
K_X	$\left(\frac{\omega_S}{\omega_C}\right)^2 = \left(\frac{F_S}{F_C}\right)^2$	1	$\left(\frac{\omega_S}{\omega_C}\right)^2 = \left(\frac{F_S}{F_C}\right)^2$
σ_X	$\frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E}$	$\frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E}$	$\frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E}$
$Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot K_X \cdot GX_{(S)}$			

Comparando o valor da constante de deslocamento obtido neste projeto (0,324), com o de uma caixa refletora de graves (unitário), vemos que é igual à quase um terço do daquela, o que é uma vantagem importante quando em regime de grandes sinais. Para podermos afirmar que esta vantagem vai verificar-se no deslocamento do cone, precisamos investigar a influência do polinômio do deslocamento do cone, que é diferente nas três configurações.

Nas figuras que se seguem, podemos ver o resultado desta comparação, onde a caixa selada teve um volume igual ao da câmara da band pass e o volume da refletora de graves foi igual a 150 litros, ou seja, a soma dos volumes das duas câmaras. Este volume foi sintonizado em 36 Hz, por ser este o valor considerado ótimo.

A comparação mostra a superioridade da band pass, sobre a bass reflex, quanto ao deslocamento do cone.

Deslocamento do Cone em Caixas Band Pass, Selada e Refletora de Graves

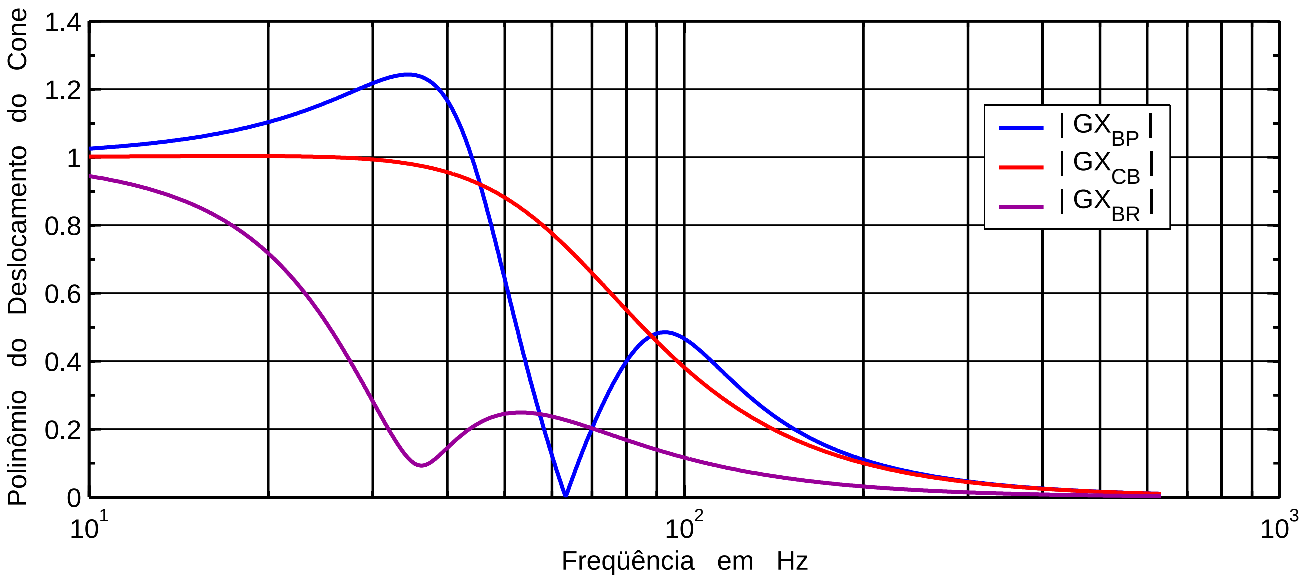


Fig. 55 - Caixa selada: mesmo volume da câmara da band pass ; refletora de graves : volume igual ao total da band pass

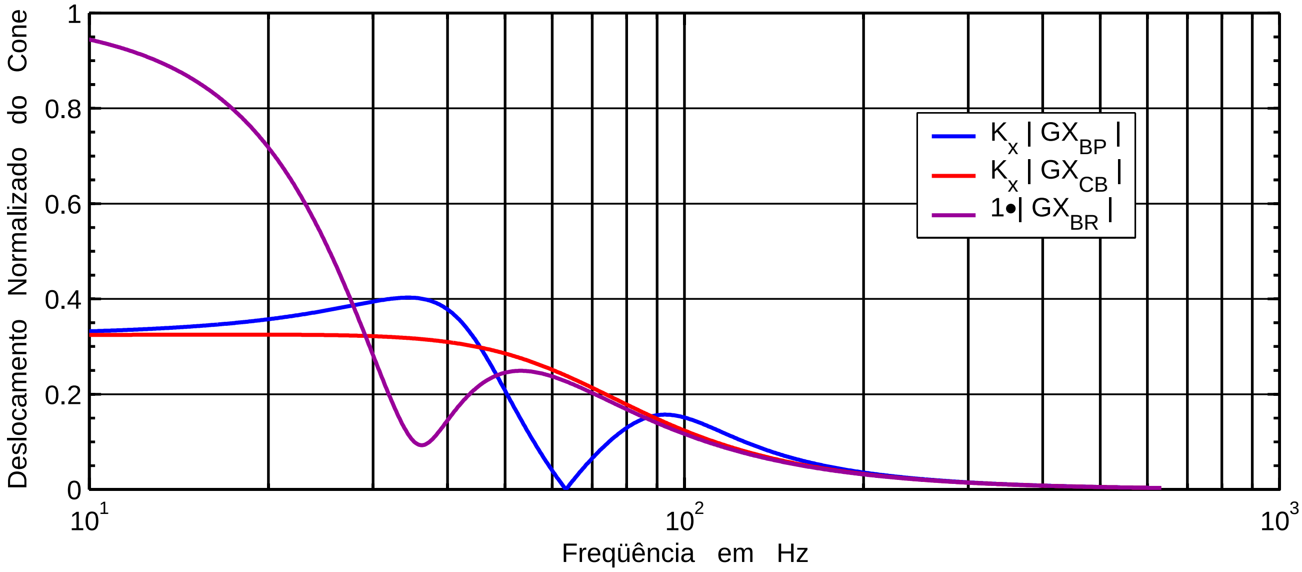


Fig. 56 - Caixa selada: mesmo volume da câmara da band pass ; refletora de graves : volume igual ao total da band pass

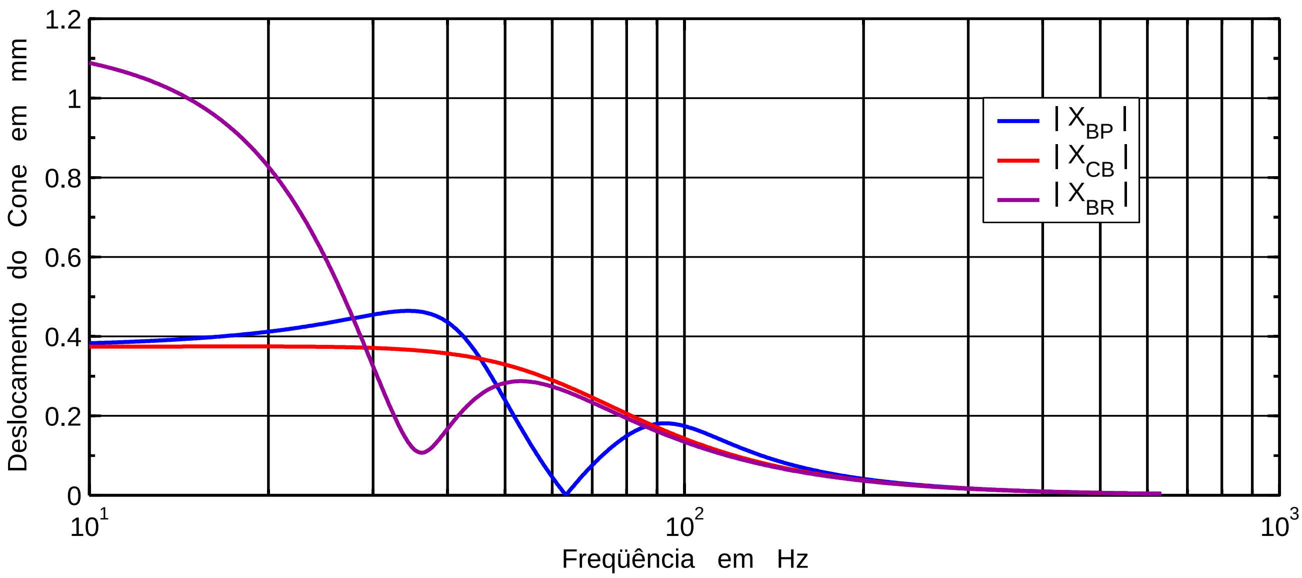


Fig. 57 - As mesmas condições anteriores, com 1 Watt aplicado.

Os polinômios do deslocamento do cone, para caixas selada (closed box) e refletora de graves (bass reflex) estão representados abaixo.

$$GX_{CB} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

$$GX_{BR} = \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + \frac{s}{\omega_b} \cdot \frac{1}{Q_L} + 1}{D_{BR_{(S)}}}$$

$$D_{BR_{(S)}} = \frac{s^4}{\omega_S^2 \cdot \omega_b^2} + s^3 \cdot \left(\frac{1}{\omega_S^2 \cdot \omega_b \cdot Q_L} + \frac{1}{\omega_S \cdot \omega_b^2 \cdot Qts} \right) + s^2 \cdot \left[\frac{1}{\omega_S^2} + \frac{1+\alpha}{\omega_b^2} + \frac{1}{\omega_S \cdot \omega_b \cdot Q_L \cdot Qts} \right] + \ldots$$
$$\ldots + s \cdot \left(\frac{1}{\omega_S \cdot Qts} + \frac{1}{\omega_b \cdot Q_L} \right) + 1$$

A resposta em freqüência, para a caixa projetada, pode ser vista na Fig. 58. Na Fig. 59 temos as respostas para diferentes níveis de excitação (onde nenhum tipo de não linearidade foi considerado).
Para compararmos a resposta obtida com aquelas que seriam conseguidas em uma caixa selada, de mesmo volume que a câmara selada da band pass, e em uma refletora de graves, com volume igual à soma dos volumes das duas câmaras da band pass (150 L), sintonizado em 36 Hz, vamos utilizar os respectivos polinômios da resposta, conforme se segue. Os resultados podem ser vistos na Fig. 60.

$$Pa = Eg \cdot KPa \cdot G_{(S)}$$

$$SPL_{(dB)} = 20 \cdot Log\left(\frac{Pa}{20 \cdot 10^{-6}}\right) = 20 \cdot Log\left(Eg \cdot \frac{KPa}{20 \cdot 10^{-6}} \cdot G_{(S)}\right)$$

$$KPa = \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{\beta L}{\left(Rg + R_E\right)} \cdot \frac{Sd}{Mms}$$

$$G_{CB_{(S)}} = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1}$$

$$G_{BR_{(S)}} = \frac{\frac{s^4}{\omega_S^2 \cdot \omega_b^2}}{D_{BR_{(S)}}}$$

Os coeficientes de proporcionalidade, KPa, para os casos Band Pass, Closed Box e Bass reflex são iguais.

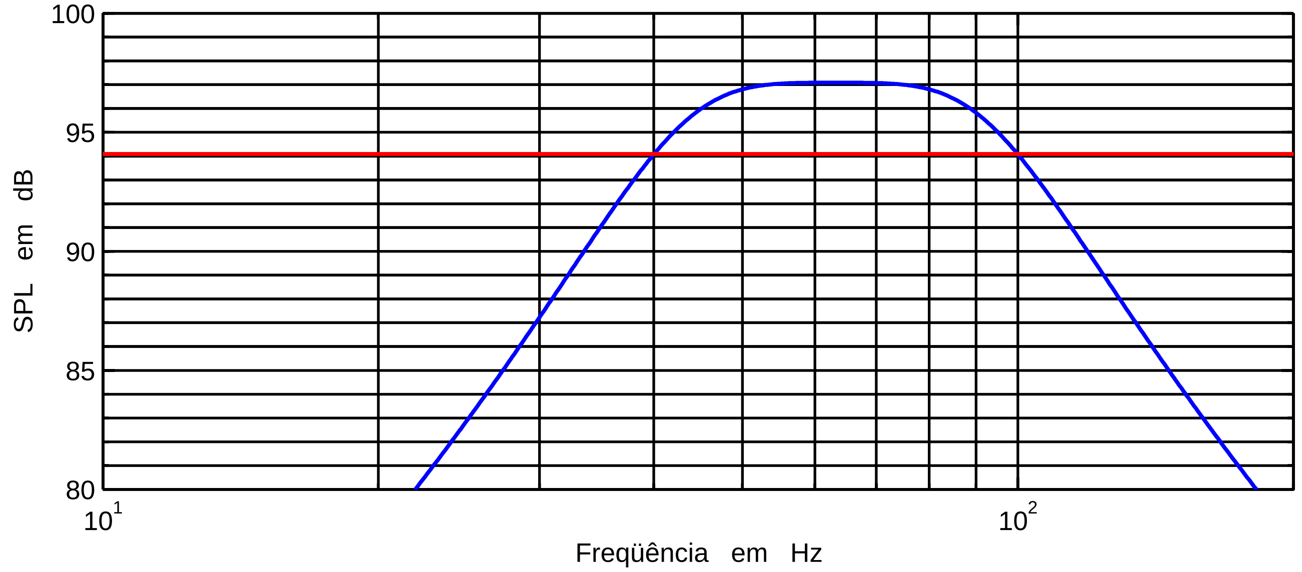


Fig. 58 - Nível da resposta, em dB SPL, da caixa band pass, para 1 Watt, sendo assinalados os pontos de – 3 dB.

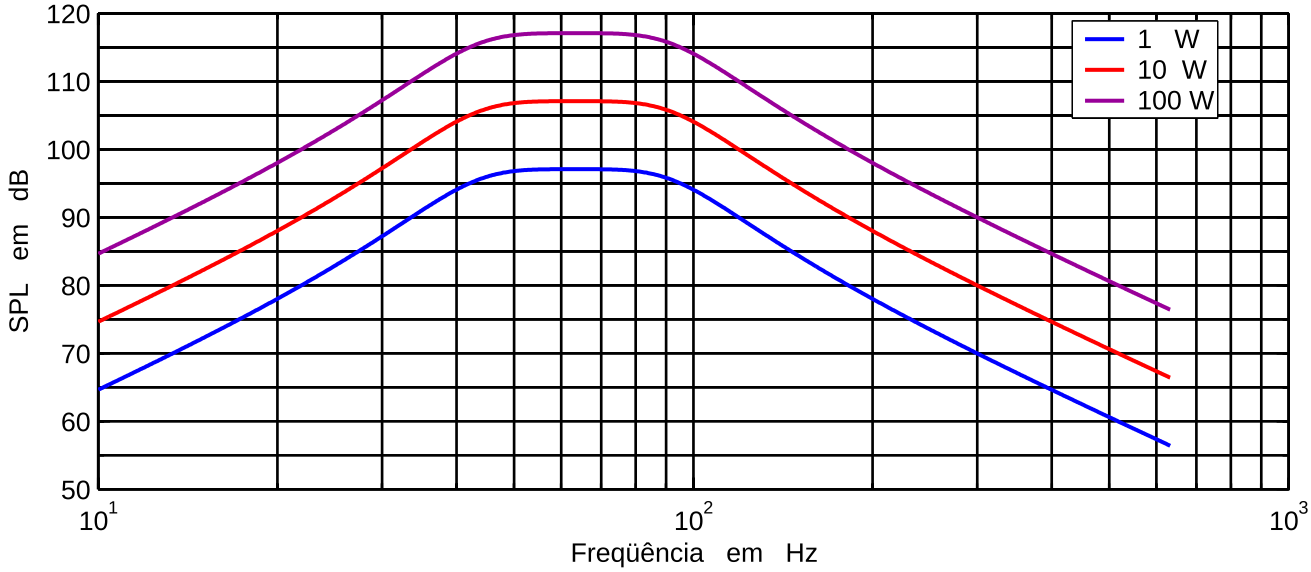


Fig. 59 - Nível da resposta, em dB SPL, da caixa band pass, para diversas potências aplicadas.

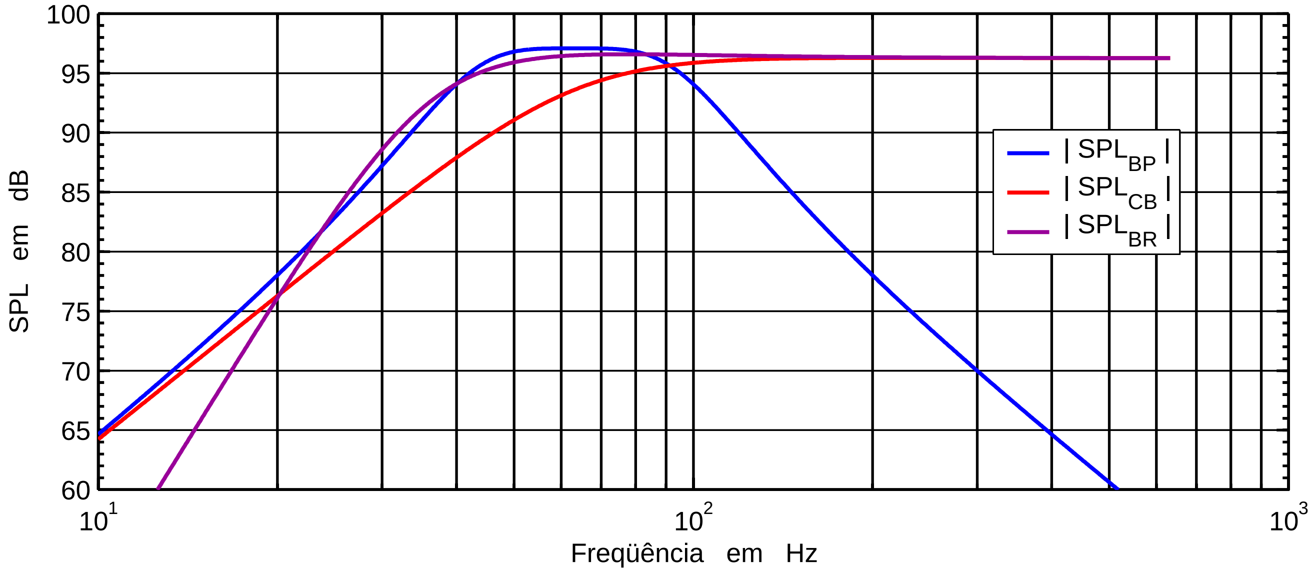


Fig. 60 - SPL da caixa band pass projetada, e das caixas selada e refletora de graves, usadas como comparativo .

Comentários

A partir da análise do circuito análogo elétrico, de uma caixa band pass de quarta ordem, mostrado nas Figs. 3a e 3b, foi obtida a equação para a pressão acústica,

$$Pa = Pg\cdot\frac{\rho}{2\pi r}\cdot\frac{Sd^2}{Mms}\cdot\frac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2}}{\dfrac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\dfrac{s^3}{\omega_b^2\cdot\omega_C\cdot Qtc}+s^2\cdot\left[\dfrac{1}{\omega_b^2}\cdot\left(1+\dfrac{\alpha_2}{1+\alpha}\right)+\dfrac{1}{\omega_C^2}\right]+\dfrac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C\cdot Qtc}+1}$$

que, no caso particular da simetria, ou seja, quando $\omega_b = \omega_C$ assume a seguinte forma:

$$Pa = Pg\cdot\frac{\rho}{2\pi r}\cdot\frac{Sd^2}{Mms}\cdot\frac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2}}{\dfrac{s^4}{\omega_C^4}+\dfrac{s^3}{\omega_C^3\cdot Qtc}+\dfrac{s^2}{\omega_C^2}\cdot\left(2+\dfrac{\alpha_2}{1+\alpha}\right)+\dfrac{s}{\omega_C\cdot Qtc}+1}$$

Observando essas equações, vemos que a resposta do sistema ficou perfeitamente determinada a partir de três variáveis, que são: O fator de qualidade do sistema caixa fechada, Qtc; e os cocientes Vas / V_{b2} e Vas / V_{b1}, respectivamente representados por α_2 e α, que podem ser englobados em α_T.

$$\alpha_2 = \frac{Vas}{V_{b2}} \quad ; \quad \alpha = \frac{Vas}{V_{b1}} \quad ; \quad \alpha_T = \frac{\alpha_2}{1+\alpha}$$

No entanto, conforme a referência (2), foram introduzidas as variáveis **d** e **B,**

$$d = \frac{1}{2\cdot B\cdot Qtc} \quad ; \quad B^2 = \alpha_T = \frac{\alpha_2}{1+\alpha}$$

assumindo, então, as equações anteriores, as seguintes formas:

$$Pa = Pg\cdot\frac{\rho}{2\pi r}\cdot\frac{Sd^2}{Mms}\cdot\frac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2}}{\dfrac{s^4}{\omega_b^2\cdot\omega_C^2}+\dfrac{s^3\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_b^2\cdot\omega_C}+s^2\cdot\left[\dfrac{1}{\omega_b^2}\cdot\left(1+B^2\right)+\dfrac{1}{\omega_C^2}\right]+\dfrac{s\cdot 2\cdot d\cdot B}{\omega_C}+1}$$

$$Pa = Pg\cdot\frac{\rho}{2\pi r}\cdot\frac{Sd^2}{Mms}\cdot\frac{\dfrac{s^2}{\omega_C^2}}{\dfrac{s^4}{\omega_C^4}+\dfrac{s^3}{\omega_C^3}\cdot 2\cdot d\cdot B+\dfrac{s^2}{\omega_C^2}\cdot\left(B^2+2\right)+\dfrac{s}{\omega_C}\cdot 2\cdot d\cdot B+1}$$

A variável **d**, denominada fator de amortecimento do sistema, desempenha um importante papel na caracterização do sistema. Independentemente, determina o tipo da resposta a ser obtida.

Se $\mathrm{d} > 1/\sqrt{2}$, a resposta não tem picos; se $\mathrm{d} < 1/\sqrt{2}$, existirão dois picos na resposta, ladeando a freqüência central Fc e, se $\mathrm{d} = 1/\sqrt{2}$, a resposta será Butterworth.

A variável B, que naturalmente representa a compliância total do sistema pode, também, assumir a forma de uma banda passante, conforme abaixo.

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}}{\mathrm{a} \cdot \mathrm{F_C}} \quad , \qquad \text{onde} \quad \mathrm{a} = \sqrt{1 - 2 \cdot \mathrm{d}^2 + \sqrt{\left(1 - 2 \cdot \mathrm{d}^2\right)^2 + 1}}$$

Neste novo formato, B dependeria da banda passante do sistema, $\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}$, da freqüência Fc e do fator de amortecimento **d** (pois **a** é uma função de **d**).

$$\frac{\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}}{\dfrac{\mathrm{F_C}}{\mathrm{Qtc}}} = \frac{\mathrm{F_H} - \mathrm{F_L}}{\dfrac{\mathrm{Fs}}{\mathrm{Qts}}} = \mathrm{BW_N} = \frac{\mathrm{a}}{2 \cdot \mathrm{d}}$$

Deste modo, a banda passante normalizada, e o fator de amortecimento do sistema, estão interligados entre si, sendo um função do outro, conforme mostram as equações acima e abaixo apresentadas.

$$\mathrm{d} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\mathrm{BW_N^2} + 1} + \sqrt{\frac{1}{\left(\mathrm{BW_N^2} + 1\right)^2} + \frac{1}{\mathrm{BW_N^2} \cdot \left(\mathrm{BW_N^2} + 1\right)}}}$$

No caso de um sistema, como no projeto anterior, onde o falante foi previamente especificado, se escolhermos a banda passante, teremos que nos contentar com o fator de amortecimento resultante, e vice-versa. Só poderemos especificar, simultaneamente, o fator de amortecimento e a banda passante, se o falante puder ser construído especificamente, para atender aos requisitos do sistema.

Satisfeitas as relações acima, os volumes das câmaras já estarão determinados:

$$\mathrm{V_{b2}} = (2 \cdot \mathrm{d} \cdot \mathrm{Qts})^2 \cdot \mathrm{Vas} \qquad ; \qquad \mathrm{V_{b1}} = \frac{\mathrm{Vas}}{\left(\dfrac{\mathrm{Fc}}{\mathrm{Fs}}\right)^2 - 1}$$

A introdução da variável γ, foi algo muito prático pois nos permite trabalhar com equações do quarto grau (que pode ser reduzido ao segundo grau, por simples mudança de variável). No caso dos polinômios originais, as equações envolvendo o quadrado do módulo, seriam do oitavo grau (redutíveis ao quarto).

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right| = \frac{1/\mathrm{B}^2}{\sqrt{(2 \cdot \mathrm{d} \cdot \gamma)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}} \quad ; \quad \left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right| = \frac{1}{\sqrt{(2 \cdot \mathrm{d} \cdot \gamma)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}} \quad ; \quad \gamma = \frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{\mathrm{B}}$$

A variável B, na forma do inverso do seu quadrado, determinará a amplitude do polinômio da resposta na freqüência Fc, correspondendo ao ganho em relação à resposta de uma caixa selada ou refletora de graves, na região de resposta plana. O inverso de B, elevado à quarta potência, indicará o ganho na eficiência da band pass em relação às caixas de radiação direta, acima mencionadas.

Resumo das Equações

$$d = \frac{1}{2 \cdot B \cdot Qtc} = \frac{1}{2 \cdot Qts \cdot \sqrt{\alpha_2}} = \frac{F_C}{2 \cdot \left(F_2 - F_1\right) \cdot Qtc} = \frac{Fs}{2 \cdot \left(F_2 - F_1\right) \cdot Qts}$$

$$B = \frac{1}{2 \cdot d \cdot Qtc} = \sqrt{\alpha_T} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{1 + \alpha}} = \frac{F_2 - F_1}{F_C} = \frac{F_H - F_L}{a \cdot F_C}$$

$$\alpha_2 = \frac{Vas}{V_{b2}} \quad ; \quad \alpha = \frac{Vas}{V_{b1}} \qquad (8) \quad ; \quad 1 + \alpha = \frac{F_1 \cdot F_2}{F_S^2} \qquad (9) \quad ; \quad F_C = Fs \cdot \sqrt{1 + \alpha}$$

$$V_{B2} = (2 \cdot d \cdot Qts)^2 \cdot Vas \qquad ; \qquad F_C^2 = F_1 \cdot F_2 = F_L \cdot F_H$$

$$b = \frac{a}{4 \cdot d \cdot Qtc} \qquad ; \qquad a = \sqrt{c + \sqrt{c^2 + 1}} \qquad ; \qquad c = 1 - 2 \cdot d^2$$

$$\frac{F_H - F_L}{\frac{F_C}{Qtc}} = \frac{F_H - F_L}{\frac{Fs}{Qts}} = BW_N = \frac{a}{2 \cdot d}$$

$$d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{BW_N^2 + 1} + \sqrt{\frac{1}{\left(BW_N^2 + 1\right)^2} + \frac{1}{BW_N^2 \cdot \left(BW_N^2 + 1\right)}}}$$

$$Ud = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \frac{B^2}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1} + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Up = Pg \cdot \frac{Sd^2}{\omega_C \cdot Mms} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_C}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3 \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C^3} + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\omega_C} + 1}$$

$$Pa = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd}{Mms} \cdot \frac{s_N^2}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$Pa = Eg \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{Sd}{Mms} \cdot G_{(S_N)} = Eg \cdot KPa \cdot G_{(S_N)}$$

$$KPa = \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}$$

$$G_{(S_N)} = \frac{s_N^2}{s_N^4 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N^3 + \left(B^2 + 2\right) \cdot s_N^2 + 2 \cdot d \cdot B \cdot s_N + 1}$$

$$\left|G_{(j\omega_N)}\right| = \frac{1/B^2}{\sqrt{\left(2 \cdot d \cdot \gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}} \quad ; \quad \left|G_{N_{(j\omega_N)}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(2 \cdot d \cdot \gamma\right)^2 + \left(\gamma^2 - 1\right)^2}}$$

$$\gamma = \frac{\omega_N - \dfrac{1}{\omega_N}}{B} \quad ; \quad \gamma = 0 \Rightarrow \omega_N = 1 \Rightarrow \omega = \omega_C$$

$$\gamma = 1 \Rightarrow \omega_N = \frac{\omega_2}{\omega_C} \quad ; \quad \gamma = -1 \Rightarrow \omega_N = \frac{\omega_1}{\omega_C}$$

$$\left|G_{(j\omega_N = j)}\right| = \frac{1}{B^2} \quad \therefore \quad \left|G_{(j\omega_N = j)}\right|_{dB} = -40 \cdot Log\left(B\right) = PA$$

$$\left|G_{N_{(j\omega_N = j)}}\right| = 1 \quad \therefore \quad \left|G_{N_{(j\omega_N = j)}}\right|_{dB} = 0$$

$$\left|G_{(j\omega_{N1})}\right| = \left|G_{(j\omega_{N2})}\right| = \frac{1}{2 \cdot d \cdot B^2} \quad \therefore \quad \left|G_{(j\omega_{N1})}\right|_{dB} = \left|G_{(j\omega_{N2})}\right|_{dB} = -20 \cdot Log\left(2 \cdot d \cdot B^2\right)$$

$$\left|G_{N_{(j\omega_{N1})}}\right| = \left|G_{N_{(j\omega_{N2})}}\right| = \frac{1}{2 \cdot d} \quad \therefore \quad \left|G_{N_{(j\omega_{N1})}}\right|_{dB} = \left|G_{N_{(j\omega_{N2})}}\right|_{dB} = -20 \cdot Log\left(2 \cdot d\right)$$

$$\frac{F_2}{F_C} = \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_1}{F_C} = -\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{F_H}{F_C} = \frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1} \quad ; \quad \frac{F_L}{F_C} = -\frac{a \cdot B}{2} + \sqrt{\left(\frac{a \cdot B}{2}\right)^2 + 1}$$

$$F_{2,1} = F_C \cdot \left[\pm \frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + 1}\right] \quad ; \quad F_{H,L} = F_C \cdot \left[\pm b + \sqrt{b^2 + 1}\right]$$

$$R_{(dB)} = -10 \cdot Log\left[4 \cdot d^2 \cdot \left(1 - d^2\right)\right] \quad \text{para } d \le 0{,}707 \quad ; \quad \text{para } d > 0{,}707 \text{ então } R = 0 \qquad (13)$$

$$Xd_{(S)} = Eg \cdot \frac{\beta L \cdot Cms}{Rg + R_E} \cdot \frac{\frac{\omega_S^2}{\omega_C^2} \cdot \left(\frac{s^2}{\omega_b^2} + 1 \right)}{\frac{s^4}{\omega_b^2 \cdot \omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_b^2 \cdot \omega_C} + \frac{s^2}{\omega_C^2} + \left(B^2 + 1 \right) \cdot \frac{s^2}{\omega_b^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot K_X \cdot GX_{(S)} \quad ; \quad X_{(S)} = K_X \cdot GX_{(S)} \quad ; \quad Xd_{(S)} = Eg \cdot \sigma_X \cdot X_{(S)}$$

$$K_X = \left(\frac{\omega_S}{\omega_C} \right)^2 = \left(\frac{F_S}{F_C} \right)^2$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot \frac{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right) + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right) + 1}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$Z_{VC} = R_E \cdot GZ_{VC}$$

$$| GZvc_{(j\omega)} |^2 = \frac{\left[\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + 1 \right]^2 + \left[\frac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \right) \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right) \right]^2}{\left[\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + 1 \right]^2 + \left[\frac{\omega}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \right) \right]^2}$$

$$\Theta_{(j\omega)} = tg^{-1} \left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \right) \cdot \left(2 \cdot d \cdot B + \frac{Qms}{Qes \cdot Qtc} \right)}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + 1} \right] - tg^{-1} \left[\frac{\frac{\omega}{\omega_C} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \right) \cdot 2 \cdot d \cdot B}{\frac{\omega^4}{\omega_C^4} - \frac{\omega^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2 \right) + 1} \right]$$

$$\eta_{BP} = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \frac{(\beta L)^2}{R_E} \cdot \left(\frac{Sd}{Mms} \right)^2 \cdot \left| G_{(j\omega_N)} \right|^2$$

$$\eta_O = \frac{\rho}{2\pi \cdot C} \cdot \frac{(\beta L)^2}{R_E} \cdot \left(\frac{Sd}{Mms} \right)^2 = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-10} \cdot F_S^3 \cdot Vas}{Qes} \qquad (22)$$

$$\eta_{BP} = \eta_O \cdot \left| G_{(j\omega_N)} \right|^2 = \eta_O \cdot \frac{1/B^4}{(2 \cdot d \cdot \gamma)^2 + 4 \cdot d^2 \cdot \gamma^2}$$

$$\eta_{BP} = \frac{\eta_O}{B^4} \quad (23) \qquad \therefore \qquad \frac{\eta_{BP}}{\eta_O} = \frac{1}{B^4}$$

$$GX_{BP} = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2} + 1}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s^3}{\omega_C^3} + \left(B^2 + 2\right) \cdot \frac{s^2}{\omega_C^2} + 2 \cdot d \cdot B \cdot \frac{s}{\omega_C} + 1}$$

$$GX_{CB} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1} \qquad ; \qquad GX_{BR} = \frac{\frac{s^2}{\omega_b^2} + \frac{s}{\omega_b} \cdot \frac{1}{Q_L} + 1}{D_{BR_{(S)}}}$$

$$D_{BR_{(S)}} = \frac{s^4}{\omega_S^2 \cdot \omega_b^2} + s^3 \cdot \left(\frac{1}{\omega_S^2 \cdot \omega_b \cdot Q_L} + \frac{1}{\omega_S \cdot \omega_b^2 \cdot Qts}\right) + s^2 \cdot \left[\frac{1}{\omega_S^2} + \frac{1 + \alpha}{\omega_b^2} + \frac{1}{\omega_S \cdot \omega_b \cdot Q_L \cdot Qts}\right] + \ldots$$

$$\ldots + s \cdot \left(\frac{1}{\omega_S \cdot Qts} + \frac{1}{\omega_b \cdot Q_L}\right) + 1$$

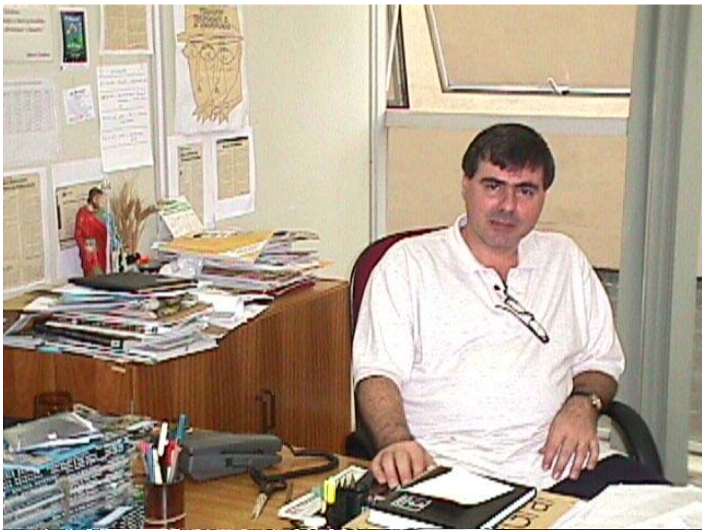
$$Pa = Eg \cdot KPa \cdot G_{(S)}$$

$$SPL_{(dB)} = 20 \cdot Log\left(\frac{Pa}{20 \cdot 10^{-6}}\right) = 20 \cdot Log\left(Eg \cdot \frac{KPa}{20 \cdot 10^{-6}} \cdot G_{(S)}\right)$$

$$KPa = \frac{\rho}{2\pi r} \cdot \frac{\beta L}{Rg + R_E} \cdot \frac{Sd}{Mms}$$

$$G_{BP_{(S)}} = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^4}{\omega_C^4} + \frac{s^3}{\omega_C^3} \cdot 2 \cdot d \cdot B + \frac{s^2}{\omega_C^2} \cdot \left(B^2 + 2\right) + \frac{s}{\omega_C} \cdot 2 \cdot d \cdot B + 1}$$

$$G_{CB_{(S)}} = \frac{\frac{s^2}{\omega_C^2}}{\frac{s^2}{\omega_C^2} + \frac{s}{\omega_C} \cdot \frac{1}{Qtc} + 1} \qquad ; \qquad G_{BR_{(S)}} = \frac{\frac{s^4}{\omega_S^2 \cdot \omega_b^2}}{D_{BR_{(S)}}}$$








Agradecimentos

O Autor deseja expressar sua gratidão:

Ao prezado Eng. José Angelo Amado, que com sua curiosidade e a busca por mais informações sobre o assunto, motivou-me a reescrever o Capítulo 11, que aqui renasceu, junto com o Novo Ano .
Bons fados os levem, e ao Autor, também ...

Ao prezado Amigo e pesquisador Carlos Correia da Silva que, mais uma vez, socorreu-me com seu alentado acervo técnico e inexcedível boa vontade, enviando-me cópia do artigo do Jean Margerand, publicado em Speaker Builder 6/88, pois se extraviou o meu exemplar nas andanças da minha biblioteca perambulante.

Ao dileto Amigo Gilberto Monteiro, que nos idos de 1993 construiu protótipos e fez medições em caixas band pass, calculadas com o software, então, recém desenvolvido por mim, o que me deu tranqüilidade para continuar o trabalho, em virtude dos bons resultados reportados, quero reiterar minha gratidão.

Ao meu editor e mui prezado Amigo, Nelson Cardoso (o mais brasileiro dos portugueses que conheço), pela publicação, não só do meu livro, como também pelos inúmeros outros que vem editando, disponibilizando, assim, significativo acervo para os técnicos de áudio do Brasil e de todos os países de língua portuguesa.

À Eletrônica Selenium S.A., pelo patrocínio do livro e de todos os meus trabalhos, que a ele se seguiram, inclusive este.

Legendas das Fotos	
O Editor Nelson Cardoso e sua Tenda Mirim ...	O Editor & o Autor, unidos para sempre ...
Carlos Correia da Silva, baiano ilustre, o CCdS .	Ruy Monteiro, o R da Studio R .
Rosalfonso Bortoni, sob o olhar do Mestre !	Rosalfonso Bortoni, dá a dimensão da coisa !
Ruy Monteiro prepara-se para dizer: “it was not my fault” e CCdS observa .	Gilberto Monteiro, na época, expert em som para ... lugares públicos !

SELENIUM
ALTO-FALANTES

LINHA PROFISSIONAL - Subwoofer

18SW2P / 18SW2P-SLF*

Subwoofer de alta potência para o uso profissional, especificamente projetado para responder na faixa de freqüência de 38 a 150 Hz em caixa tipo vented box com volume de 170 a 200 litros, suportando 600 W RMS (Norma AES) ou 1.200 W de potência musical contínua.

O conjunto magnético otimizado pelo método de elementos finitos (FEA) resultou em um conjunto de grande eficiência e baixo peso. A utilização T-yoke com arruela inferior rebaixada assegura um deslocamento máximo (Xmáx) compatível com a potência. Neste alto-falante foi dado atenção especial ao comportamento em condições de sobrecarga mecânica, suportando as condições mais severas de trabalho sem falhas.

A bobina de 4" (100 mm) de cobre com 4 camadas utiliza acima de 80 g de fio, enrolado em fôrma de fibra de vidro com duas vezes a espessura das fôrmas comuns, com o objetivo de dar ao conjunto móvel grande rigidez.

O cone de papel não prensado e de fibras longas possui massa e rigidez suficiente para suportar enormes forças de aceleração, precisamente centrado por duas aranhas feitas de tecido de poliéster e algodão.

A carcaça em alumínio injetado possui grande rigidez estrutural e atua como dissipador de calor, além de não introduzir perdas no fluxo magnético. Um sistema triplo de ventilação (furo central, seis furos na arruela inferior e seis janelas na carcaça) garante a necessária refrigeração de modo que os elevados valores de potência possam ser suportados.

***18SW2P-SLF:** Produto sem logotipo frontal Selenium impresso na calota.

A exposição à níveis de ruído além dos limites de tolerância especificados pela Norma Brasileira NR 15 - Anexo 1, pode causar perdas ou danos auditivos. A Selenium não responsabiliza-se pelo uso indevido de seus produtos.(*Portaria 3214 / 78).*

ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS

Diâmetro nominal	460 (18)	mm (in)
Impedância nominal	8	
Impedância mínima @ 90 Hz	7,2	
Potência		
Programa musical[1]	1.200	W
RMS (NBR 10.303)[2]	600	W
AES[3]	600	W
Sensibilidade (2,83V@1m) média entre 50 e 150 Hz	95	dB SPL
Compressão de potência @ 0 dB (pot. nom.)	3,2	dB
Compressão de potência @ -3 dB (pot. nom.)/2	2,5	dB
Compressão de potência @ -10 dB (pot. nom.)/10	1,1	dB
Resposta de freqüência @ -10 dB	38 a 1.000	Hz

[1] Especificações para uso de programa musical e de voz, permitindo distorção harmônica máxima no amplificador de 5%, sendo a potência calculada em função da tensão na saída do amplificador e da impedância nominal do transdutor.
[2] Norma Brasileira NBR 10.303, com a aplicação de ruído rosa durante 2 horas ininterruptas.
[3] Norma AES (60 - 600 Hz).

PARÂMETROS DE THIELE-SMALL

Fs (freqüência de ressonância)	36	Hz
Vas (volume equivalente do falante)	179	l
Qts (fator de qualidade total)	0,42	
Qes (fator de qualidade elétrico)	0,43	
Qms (fator de qualidade mecânico)	16,12	
o (eficiência de referência em meio espaço)	1,56	%
Sd (área efetiva do cone)	0,1194	m^2
Vd (volume deslocado)	776,1	cm^3
Xmáx (deslocamento máx. (pico) c/ 10% distorção)	6,5	mm
Xlim (deslocamento máx. (pico) antes do dano)	21,0	mm

Condições atmosféricas no local de medição dos parâmetros TS:

Temperatura	24	°C
Pressão atmosférica	1.022	mb
Umidade relativa do ar	45	%

Parâmetros de Thiele-Small medidos após amaciamento de 2 horas com metade da potência NBR.
É admitida uma tolerância de ± 15% nos valores especificados.

PARÂMETROS ADICIONAIS

L	25,4	Tm
Densidade de fluxo no gap	0.75	T
Diâmetro da bobina	100	mm
Comprimento do fio da bobina	50,5	m
Coeficiente de temperatura do fio ( )	0,00380	1/°C
Temperatura máxima da bobina	275	°C
vc (temperatura máx. da bobina/potência máx.)	0,46	°C/W
Hvc (altura do enrolamento da bobina)	22,0	mm
Hag (altura do gap)	9,0	mm
Re (resistência da bobina)	5,6	
Mms (massa móvel)	217,7	g
Cms (compliância mecânica)	89,8	m/N
Rms (resistência mecânica da suspensão)	3,1	kg/s

PARÂMETROS NÃO-LINEARES

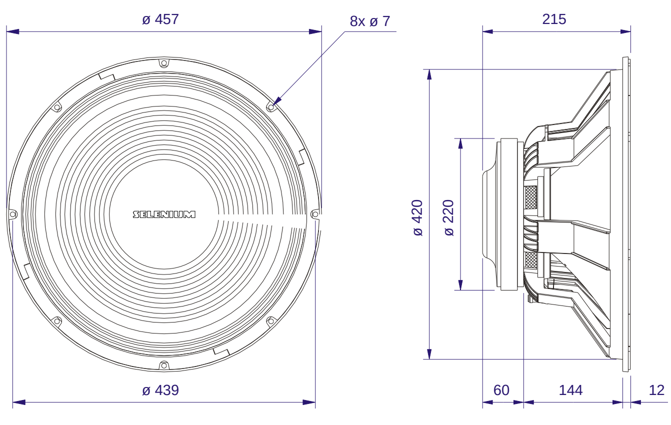
Le @ Fs (indutância da bobina na ressonância)	11,069	mH
Le @ 1 kHz (indutância da bobina em 1 kHz)	4,256	mH
Le @ 20 kHz (indutância da bobina em 20 kHz)	1,797	mH
Red @ Fs (resistência de perdas na ressonância)	0,43	
Red @ 1 kHz (resistência de perdas em 1 kHz)	11,75	
Red @ 20 kHz (resistência de perdas em 20 khz)	230,22	
Krm (coeficiente da resistência de perdas)	1,985	
Kxm (coeficiente da indutância da bobina)	52,746	mH
Erm (expoente da resistência de perdas da bobina)	0,993	
Exm (expoente da indutância da bobina)	0,712	

INFORMAÇÕES ADICIONAIS

Material do ímã	Ferrite de bário	
Peso do ímã	3.440	g
Diâmetro x altura do ímã	220 x 24	mm
Peso do conjunto magnético	8.600	g
Material da carcaça	Alumínio injetado	
Acabamento da carcaça	Pintura epoxi, cor preta	
Acabamento das arruelas	Estanhado	
Material do fio da bobina	Cobre	
Material da fôrma da bobina	Fibra de vidro	
Material do cone	Celulose fibra longa não prensada	
Volume ocupado pelo falante	8,6	l
Peso líquido do falante	10.500	g
Peso total (incluindo embalagem)	11.720	g
Dimensões da embalagem (C x L x A)	48 x 48 x 24	cm

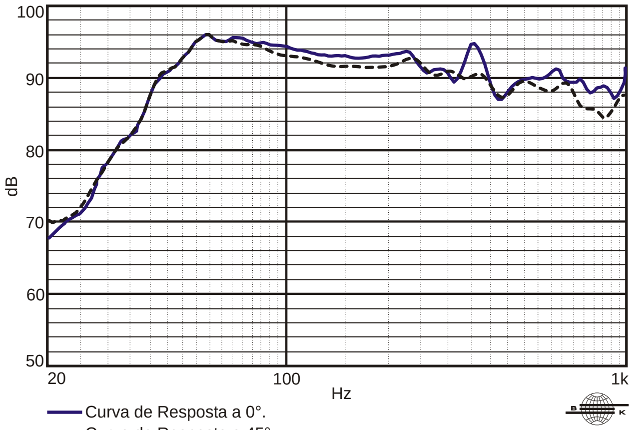
INFORMAÇÕES PARA MONTAGEM

Número de furos de fixação	8	
Diâmetro dos furos de fixação	8,0	mm
Diâmetro do círculo dos furos de fixação	438	mm
Diâmetro do corte para montagem frontal	422	mm
Diâmetro do corte para montagem traseira	412	mm
Tipo do conector	Pressão p/ fio nu	
Polaridade	Tensão + no borne vermelho: deslocamento p/ frente	
Distância mín. entre parede da caixa e a traseira do falante	75	mm



Dimensões em mm.

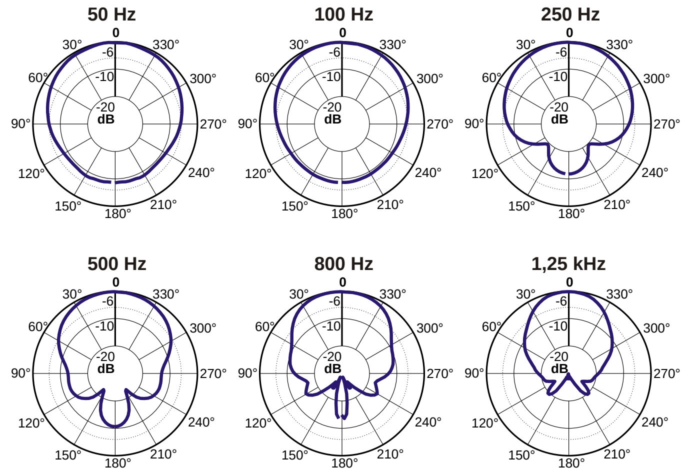
CURVAS DE RESPOSTA (0° e 45°) NA CAIXA DE TESTE, EM CAMPO LIVRE, 1 W / 1 m



Curva de Resposta a 0°.
Curva de Resposta a 45°.

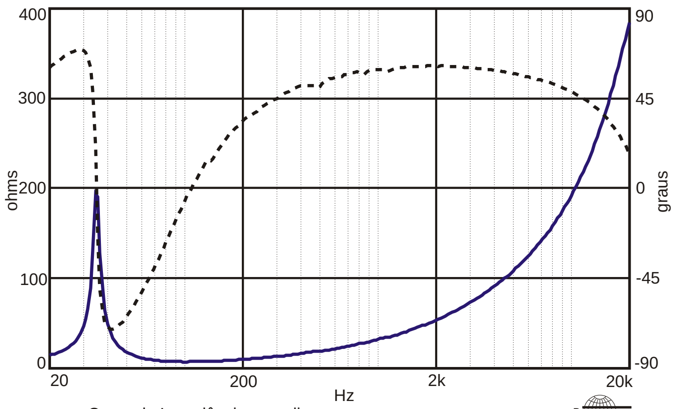
Curvas de resposta medidas com o subwoofer instalado na caixa de teste pelo método do plano de terra em ambiente externo a 1 W / 1 m. Subtraiu-se 6 dB das curvas originais para simular a medição em câmara anecóica.

CURVAS DE RESPOSTA POLAR



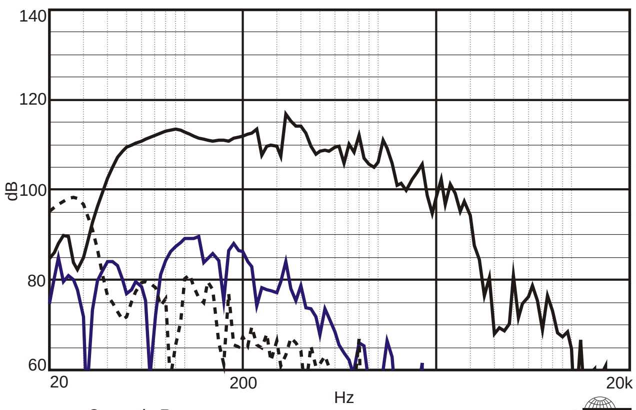
Curva de Resposta Polar.

CURVAS DE IMPEDÂNCIA E FASE AO AR LIVRE



Curva de Impedância ao ar livre.
Curva de Fase ao ar livre.

CURVAS DE DISTORÇÃO HARMÔNICA A 10% DA POTÊNCIA NBR NA CAIXA DE TESTE, EM CÂMARA ANECÓICA, A 1 m



Curva de Resposta.
Curva de Distorção, 2ª harmônica.
Curva de Distorção, 3ª harmônica.

COMO ESCOLHER O AMPLIFICADOR

O amplificador dever ser capaz de fornecer o dobro da potência RMS do alto-falante. Este headroom de 3 dB deve-se à necessidade de acomodar os picos que caracterizam o sinal musical.

CALCULANDO A TEMPERATURA DA BOBINA

Evitar que a temperatura da bobina ultrapasse seu valor máximo é extremamente importante para a durabilidade do produto. A temperatura da bobina pode ser calculada através da equação:

$$T_B \quad T_A \quad \frac{R_B}{R_A} \quad 1 \quad T_A \quad 25 \quad \frac{1}{_{25}}$$

T_A , T_B= temperaturas da bobina em °C.
R_A , R_B= resistência da bobina nas temperaturas T_A e T_B, respectivamente.
= coeficiente de temperatura do condutor, a 25 °C.

COMPRESSÃO DE POTÊNCIA

A elevação da resistência da bobina com a temperatura provoca uma redução na eficiência do alto-falante. Por esse motivo, se ao dobrarmos a potência elétrica aplicada obtivermos um acréscimo de 2 dB no SPL ao invés dos 3 dB esperados, podemos dizer que houve uma compressão de potência de 1 dB.

COMPONENTES NÃO-LINEARES DA BOBINA

Devido ao acoplamento com a ferragem do conjunto magnético, a bobina dos alto-falantes eletrodinâmicos exibe um comportamento não-linear que pode ser modelado através de diversos parâmetros. Os parâmetros Krm, Kxm, Erm, Exm,por exemplo, permitem calcular o valor da resistência e da indutância da bobina em função da freqüência.

PROJETO(S) DE CAIXA(S) ACÚSTICA(S) SUGERIDA(S)

HB1805A1 HB1805B1 HB1805C1 VB1805A1 PAS1G1 PAS2G1 PAS3G1 VB18P1
Para outros projetos de caixas acústicas, consulte nossa home-page.

CAIXA DE TESTE UTILIZADA

Caixa bass reflex c/ 3 dutos ø 15,2 cm e 20 cm de comprimento, volume interno de 191 litros.

SELENIUM EUROPE
Germany
www.seleniumloudspeakers.com

SELENIUM USA
USA
www.seleniumloudspeakers.com

ELETRÔNICA SELENIUM S.A.
BR 386 Km 435 - CEP: 92.480-000
Nova Santa Rita - RS - Brasil
Tel.: (51) 479-4000 - Fax: (51) 479-1150
Atendimento Técnico 0800 51 4161
Atendimento Comercial 0800 51 4114
www.selenium.com.br